WALLONIE-BRUXELLES
ENSEIGNEMENT

Administration générale de l’Enseignement

Service général de l’Enseignement
organisé par la Fédération Wallonie-Bruxelles

PROGRAMME D’ÉTUDES

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES

469/2015/240

Enseignement secondaire ordinaire

Humanités générales et technologiques

3e degré

INTRODUCTION GÉNÉRALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1. Cadre légal

Le présent programme découle de l'application de l'arrêté du Gouvernement de la Communauté française du 16 janvier 2014 déterminant ***les compétences terminales et savoirs requis à l'issue de la section de transition des humanités générales et technologiques en mathématiques, en sciences de base et en sciences générales et déterminant les compétences terminales et savoirs communs à l'issue de la section de qualification des humanités techniques et professionnelles en éducation scientifique, en français, en sciences économiques et sociales ainsi qu'en sciences humaines.***

2. Les valeurs

Destiné aux établissements de Wallonie-Bruxelles Enseignement (WBE), le contenu de ce programme respecte la charte que le réseau offre à chacun de ses élèves et à sa famille, à savoir la possibilité de vivre et de partager les valeurs essentielles que sont :

DÉMOCRATIE

WBE forme les élèves et les étudiants au respect des Libertés et des Droits fondamentaux de l'Homme, de la Femme et de l'Enfant. Il suscite l'adhésion des élèves et des étudiants à l'exercice de leur libre arbitre par le développement de connaissances raisonnées et l'exercice de l'esprit critique.

OUVERTURE & DÉMARCHE SCIENTIFIQUE

WBE forme des citoyens libres, responsables, ouverts sur le monde et sa diversité culturelle. L'apprentissage de la citoyenneté s'opère au travers d'une culture du respect, de la compréhension de l'autre et de la solidarité avec autrui.

Il développe le goût des élèves et des étudiants à rechercher la vérité avec une constante honnêteté intellectuelle, toute de rigueur, d'objectivité, de rationalité et de tolérance.

RESPECT & NEUTRALITÉ

WBE accueille chaque élève et chaque étudiant sans discrimination, dans le respect du règlement de ses établissements scolaires. Il développe chez ceux-ci la liberté de conscience, de pensée, et la leur garantit. Il stimule leur attachement à user de la liberté d'expression sans jamais dénigrer ni les personnes, ni les savoirs.

ÉMANCIPATION SOCIALE

WBE travaille au développement libre et graduel de la personnalité de chaque élève et de chaque étudiant. Il vise à les amener à s'approprier les savoirs et à acquérir les compétences pour leur permettre de prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle.

Actif face aux inégalités sociales, WBE soutient les moins favorisés afin qu'aucun choix ne leur soit interdit pour des raisons liées à leur milieu d'origine.

Confiants en eux, conscients de leurs potentialités, l'élève et l'étudiant construisent leur émancipation intellectuelle, gage de leur émancipation sociale.

3. Aspects novateurs

Ces aspects novateurs résident tant dans les référentiels que dans ce programme lui-même dont il décline le « comment enseigner ».

3.1. Les référentiels

Les nouveaux référentiels interréseaux ont considérablement resserré les liens qui les unissaient aux programmes. En effet, si les référentiels élaborés entre 1997 et 1999, dans la foulée de l'adoption de l'enseignement par compétences, laissaient une grande latitude aux pouvoirs organisateurs tant en termes de contenus d'apprentissage que d'approche méthodologique, il n'en va pas de même pour ceux visés par l'AGCF du 16.01.2014. En effet, les contenus – compétences ET ressources – y sont listés de manière exhaustive, homogénéisés et répartis en Unités d'Acquis d'Apprentissage (UAA). De plus, ces référentiels précisent les processus (connaître – appliquer – transférer) à activer ainsi que les attendus en termes de productions tant pendant les apprentissages que lors de l'évaluation.
Enfin, ils précisent les attendus au terme de l'étape intermédiaire dans le cursus que représente la fin du deuxième degré.
Pour toutes ces raisons, les référentiels sont repris intégralement dans le présent programme.

3.2. Le programme

Le balisage des contenus évoqués ci-dessus laisse néanmoins suffisamment de champs aux pouvoirs organisateurs pour y développer leur spécificité.
Wallonie-Bruxelles Enseignement a souhaité imprimer la sienne en dotant tous les programmes visés par l'AGCF du 16.01.2014 d'un canevas commun, décliné en un volet **orientation**, un volet **structure** et un volet **formel** et envisage de pérenniser ce canevas pour les programmes à venir.

Orientation

- Afin de répondre au découpage du référentiel mais également dans un souci d'aide à la planification des apprentissages, le présent programme en tant qu'entité couvre ***un degré***, dans sa forme (un seul document) comme dans son contenu.
- Une fois découpés en degrés, les apprentissages doivent s'insérer dans le continuum plus vaste que constitue l'ensemble des Humanités. Ainsi, ce programme organise les contenus de sorte qu'ils s'arriment à ce que l'élève est censé maîtriser tant en amont qu'en aval – lorsqu'aval il y a. De même, il respecte une gradation dans la difficulté des types d'activités proposés.
- Par-delà la dichotomie obligatoire-facultatif, ce programme cible certains contenus comme prioritaires ou ***incontournables***. Cette différenciation peut s'opérer selon la forme d'enseignement où ces contenus sont enseignés ou encore selon la manière dont ils sont abordés.
- Ce programme envisage un redécoupage de l'année scolaire avec l'aménagement de périodes « tampon ». Contrairement aux pratiques habituelles en termes de remédiation et dans un souci d'excellence, ces périodes seront réservées à ***TOUS*** les élèves afin qu'ils améliorent leurs performances quelles qu'elles soient. Ces périodes poursuivent un triple but : ***remédier*** aux lacunes, ***consolider*** les acquis et offrir des activités de ***dépassement (RCD)***. Le programme fait donc apparaître clairement que les évaluations sommatives se pratiquent ***idéalement*** en deux temps suivant le schéma : ***SOMMATIVE 1 – RCD – SOMMATIVE 2.***
- Conformément aux référentiels qui préconisent d'évaluer chacun des trois processus à mettre en œuvre (connaître, appliquer et transférer), le présent programme propose une pondération

minimale entre ces trois processus qui réservera, au fil des degrés, une part croissante au processus de transfert.

- Les référentiels interréseaux fixant clairement des attendus identiques à l'issue des Humanités professionnelles et techniques, il est apparu cohérent de rédiger ***un même programme*** pour l'ensemble de l'enseignement qualifiant. Cette option n'empêche cependant pas à l'intérieur du programme une certaine différenciation selon la forme d'enseignement, les chemins empruntés pour atteindre l'attendu ou via un recalibrage des proportions d'essentiel et d'accessoire.
- Le présent programme met en exergue l'importance du **respect de la norme linguistique** dans les productions attendues.

Structure

- Dans la perspective de donner sens aux apprentissages mais également pour assurer leur pérennité, il apparaît incontournable de leur donner ***une dimension métacognitive***. Celle-ci propose à l'élève un retour sur la démarche qu'il a adoptée mais va plus loin que la simple explicitation de cette dernière. Il s'agit plutôt pour l'élève d'analyser le pourquoi et le comment des choix opérés dans la résolution d'un problème et d'ainsi installer une relation réellement pérenne au savoir. C'est pourquoi ce programme prévoit des phases visant à faire émerger une dimension métacognitive dans les apprentissages.
- Plutôt que des exemples de grilles critériées d'évaluation, ce programme contient des indications méthodologiques permettant aux enseignants d'élaborer leurs propres grilles.

Forme

- Le présent programme se présente sous la ***forme évolutive de classeurs*** contenant plusieurs cahiers parmi lesquels la présente introduction générale et le référentiel interréseaux.
- De même, au-delà de la charte graphique en vigueur pour toutes les publications de l'AGE, ***une présentation commune*** aux programmes est d'application.

RÉFÉRENTIEL

Annexe I

Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques

HUMANITES GÉNÉRALES ET TECHNOLOGIQUES

PREAMBULE

Pourquoi une réécriture des référentiels ?

Il y a déjà plus de quinze ans, les acteurs scolaires prenaient connaissance de la réforme des compétences (1998-1999: mise en œuvre du décret du 24 juillet 1997 définissant les missions prioritaires de l'Enseignement Fondamental et de l'Enseignement Secondaire et organisant les structures propres à les atteindre). Dès ce moment et jusqu'à ce jour, les acteurs de terrain confrontés à l'énoncé des compétences de leur discipline n'ont cessé de poser des questions fondamentales, comme par exemple : « quand on me parle de telle compétence, de quoi s'agit-il en définitive? », « que me demande-t-on exactement d'enseigner ? », « comment vais-je m'y prendre pratiquement pour atteindre l'objectif ambitieux que l'on m'assigne ? ». Les référentiels conçus entre 1997 et 1999 ne répondaient guère à de telles préoccupations.
Si la question du « *comment enseigner* ? » relève bien des programmes et recommandations méthodologiques propres aux différents Pouvoirs Organisateurs et, plus encore, s'adresse à l'invention pédagogique quotidienne des enseignants, il n'en demeure pas moins que le législateur se doit d'être précis quant au « *quoi enseigner* ? ». En l'occurrence, concernant les compétences, il convient de les « modéliser » au moins en précisant, pour chacune d'elles, quelles sont les ressources à mobiliser, quels sont les processus ou démarches à activer et enfin quelles sont les productions à viser, et ce tant du point de vue de l'apprentissage que de celui de l'évaluation.
Modéliser une compétence, en terme de prescrits, c'est en affiner la représentation pour tous les acteurs et partenaires de l'apprentissage ; c'est aussi établir un contrat didactique qui permet de définir des niveaux de maitrise communs à chaque étape importante du cursus (CEB, CE1D, CESS, CQ…) ; c'est enfin viser davantage de cohérence au fil des parcours scolaires.

En effet, force est de constater que notre enseignement, au vu de son organisation, connait certaines faiblesses structurelles. Notamment :

- l'hétérogénéité des programmes (des différents réseaux) les rend parfois quasi inconciliables et génère des inconvénients majeurs, particulièrement en cas de changement d'école et de réseau, mais aussi en cas d'élaboration d'épreuves d'évaluation externe ;
- des ruptures et des incohérences apparaissent dans les cursus d'apprentissages, tant au niveau des savoirs que des compétences ;
- dans les décrets relatifs aux socles de compétences et aux compétences terminales, les « savoirs requis » en vue de l'exercice de ces compétences ont souvent été définis de façon trop vague.

Ces considérations, maintes fois corroborées par le Service général de l'Inspection, appellent donc à la construction d'une planification réfléchie de l'enseignement des « compétences », et plus particulièrement des « ressources » et « processus » nécessaires à leur mise en œuvre. Il est important en effet :

- de veiller à une certaine continuité des apprentissages d'une année à l'autre, d'une école à l'autre, d'un réseau à l'autre,
- de préciser, en interréseaux, de manière consensuelle et pour un certain nombre de disciplines, des « ressources » qui sont réellement utiles à l'exercice des compétences et que l'on peut raisonnablement considérer comme les fondements d'une culture citoyenne dans le champ disciplinaire concerné.

Il fallait donc réécrire des référentiels qui soient plus précis, plus concrets, plus lisibles en termes de continuité, finalités et contenus des apprentissages et qui puissent favoriser l'organisation d'une planification coordonnée au sein d'un établissement, d'un degré et d'un champ disciplinaire par les acteurs concernés.

La réécriture desdits référentiels a été balisée par un cahier des charges destiné à fournir aux différents groupes de travail disciplinaires un cadre de référence commun. Celui-ci porte d'une part sur l'organisation cohérente des prescrits et d'autre part sur la modélisation des compétences telle qu'attendue. Les lignes qui suivent en synthétisent les éléments essentiels.

Des unités d'acquis d'apprentissage

Pour garantir la cohérence et la progression des apprentissages et en faciliter la planification par les équipes d'enseignants, le référentiel est présenté selon un découpage en unités d'acquis d'apprentissage (UAA). L'approche par unités d'acquis d'apprentissage permet d'organiser des ensembles cohérents, finalisés et évaluables, en fonction de la spécificité de chaque discipline, de ses domaines et objets propres. Chaque UAA vise la mise en place d'une ou plusieurs compétences disciplinaires.

- L'expression « **unité d'acquis d'apprentissage** » désigne « *un ensemble cohérent d'acquis d'apprentissage susceptible d'être évalué* ».
- L'expression « **acquis d'apprentissage**» désigne « *ce qu'un élève sait, comprend, est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage* ».
- Le terme **« compétence »** désigne « *l'aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de savoirs, de savoir-faire et d'attitudes permettant d'accomplir un certain nombre de tâches* ».

Des ressources, des processus, des stratégies transversales

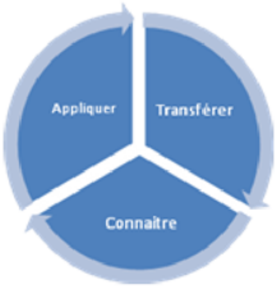
Le contenu d'une UAA permet l'exercice de compétences en construction tout au long du cursus de formation de l'élève. Pour s'inscrire dans une logique d'acquisition progressive et spiralaire de compétences, chaque unité liste les ressources mobilisées dans l'exercice des compétences visées et précise les processus mis en œuvre lors d'activités permettant de construire, d'entrainer ou d'évaluer les compétences concernées.

- Le listage de **ressources** permet d'identifier l'ensemble des savoirs, savoir-faire, attitudes et stratégies qui seront actualisés, découverts, mobilisés au cours de l'unité d'apprentissage et qui s'avèrent incontournables lors de la réalisation de tâches relevant des compétences visées.

- L'identification de **processus** permet de distinguer des opérations de nature, voire de complexité différente, classées selon trois dimensions :
  - connaitre = Construire et expliciter des ressources
  - appliquer = Mobiliser des acquis dans le traitement de situations entrainées

- transférer = Mobiliser des acquis dans le traitement de situations nouvelles

Ces trois dimensions ne sont pas nécessairement présentes ou développées de la même façon dans toutes les UAA, et ce en fonction des étapes progressives du cursus suivi par l'élève. En outre, leur ordre de succession n'est pas prédéterminé : elles peuvent se combiner et interagir de différentes façons, comme le suggère le schéma ci-dessous. Ainsi, la présentation de ces trois dimensions sous la forme d'interactions vise à souligner le fait que les connaissances ne constituent pas un donné, mais se (re)construisent et (re)configurent au fil des activités d'application et de transfert.



- Les UAA peuvent également faire appel à des démarches ou procédures générales qui, par leur réinvestissement répété dans des contextes variés, prennent un caractère transversal, soit intradisciplinaire (démarche expérimentale, démarche historienne, démarche géographique…) soit transdisciplinaire (techniques de communication écrite ou orale, utilisation d'outils informatiques…) : par convention, elles sont ici dénommées « **stratégies transversales** ». En les explicitant, on évite de les mobiliser comme si elles allaient de soi pour l'élève et ne nécessitaient pas des apprentissages spécifiques.

Des connaissances

L'intentionnalité et l'opérationnalité données aux apprentissages selon la logique « compétences » n'impliquent pas, pour autant, d'éluder la nécessité didactique de mettre en place, progressivement, des **savoirs et savoir-faire décontextualisés des situations d'apprentissage et des tâches d'entrainement**, afin d'en assurer la maitrise conceptualisée (connaitre) et surtout la mobilisation dans des situations entrainées (appliquer) ou relativement nouvelles (transférer).
Dans chaque unité, la dimension « **connaitre** » correspond à la nécessité d'outiller les élèves de connaissances suffisamment structurées et détachées d'un contexte déterminé, susceptibles de pouvoir être mobilisées indifféremment d'une situation donnée à l'autre (lors de tâches d'application et/ou de transfert).
Les **savoirs** (en particulier les outils conceptuels : notions, concepts[1], modèles[2], théories[3]) et les **savoir-faire** (en particulier les procédures, démarches, stratégies) doivent être identifiables, en tant que tels, par l'élève, à l'issue de son apprentissage, pour qu'il puisse les mobiliser en toute connaissance de cause quelle que soit la situation contextuelle de la tâche à résoudre.

[1] Les termes « **notion** » et « **concept** » sont parfois synonymes. Ils réfèrent l'un et l'autre à une représentation utilisée pour parler d'une situation ou d'une famille de situations : généralement, on utilise plutôt le terme « concept » dans un cadre théorique explicite (par exemple, le concept d'*accélération* en physique ou d'*immigration* en histoire) et le terme « notion » dans une approche moins formalisée (par exemple, la notion de *souffrance* qui peut varier selon les paradigmes disciplinaires). Nous retiendrons la définition du concept de BRITT-MARI-BARTH : « Un concept est une construction culturelle produite par une démarche d'abstraction» dans BRITT-MARI BARTH, *Le savoir en construction*, Retz, Paris, 1993, pp.80-81.
[2] Le terme « **modèle** » (ou modélisation) désigne une construction matérielle ou mentale qui permet de rendre compte du réel, avec une plus ou moins grande complexité : par exemple, le modèle de la *cellule*.
[3] Le terme « **théorie** » désigne généralement un modèle élaboré qui intègre et synthétise une série d'autres modèles : par exemple, la théorie de l'*évolution* en biologie.

Il ne s'agit donc pas de capitaliser des savoirs de manière érudite ou de driller des procédures de manière automatique, mais de développer chez l'élève un **niveau « méta »** : être capable à la fois d'expliciter ses connaissances ou ses ressources, et de justifier les conditions dans lesquelles celles-ci peuvent être mobilisées. Il importe en effet de développer chez l'apprenant la conscience de ce que l'on peut faire de ses connaissances et compétences : « *je sais quand, pourquoi, comment utiliser tel savoir* (concept, modèle, théorie…) *ou tel savoir-faire* (procédure, démarche, stratégie…) ». Développer une telle capacité « méta » vise déjà un niveau de compétence relativement complexe.

Des applications et des transferts

Il est opportun, dans le cadre de l'apprentissage comme de l'évaluation des compétences, de distinguer des tâches ou productions qui sont de l'ordre de l'application et des tâches ou productions qui sont de l'ordre du transfert.

- Dans **l'application**, la variation des paramètres entre tâches entrainées et tâches « nouvelles » est faible : on exige moins d'autonomie de la part de l'élève. Les tâches sont en quelque sorte « standardisées » et « routinisées ». La compétence de lecture de la consigne n'en reste pas moins déterminante.

  Le caractère standard d'une situation ou d'un problème proposé est identifiable par rapport aux paramètres qui délimitent la classe des problèmes ou des situations pour le traitement desquels les conceptualisations et les procédures adéquates sont connues de l'élève. Les tâches d'application portent donc sur des problèmes ou situations parents de ceux travaillés en classe et susceptibles d'être résolus par l'élève en fonction de problèmes ou situations « phares » qui serviront de référents pour résoudre ce type de problèmes ou situations.

- Dans le **transfert**, la variation des paramètres entre tâches entrainées et tâches « nouvelles », est plus forte : on attend un plus grand degré d'autonomie de la part de l'élève. Le transfert, comme l'application, est le résultat d'un apprentissage : l'élève doit avoir pris conscience que ce qu'il apprend est transférable à certaines conditions, doit pouvoir identifier la famille (ou classe) de tâches, de problèmes ou de situations où tel transfert est possible, doit avoir appris à construire des homologies entre des tâches, problèmes, situations, contextes tout en relevant des différences qui nécessiteront des ajustements au moment du transfert.

De l'application au transfert :

Plus une tâche combine les différents paramètres ci-dessous, plus elle tend vers le transfert des connaissances et compétences

\+ **Autonomie** de l'apprenant : utilisation à bon escient des acquis d'apprentissage sans être guidé dans ses choix

\+ **Recontextualisation** des acquis d'apprentissage dans des situations relativement différentes des situations-types d'apprentissage

\+ **Capacité d'ajuster** un concept, un modèle, une procédure, une stratégie… en fonction d'un contexte spécifique

\+ **Capacité d'assembler/intégrer** des ressources diverses

Concrètement, le référentiel se présente sous la forme de fiches formatées **sur la base des mêmes paramètres**.

- **La partie supérieure** permet d'identifier l'unité d'acquis d'apprentissage, en précisant le domaine disciplinaire concerné et les finalités du processus d'apprentissage en termes de compétences.
- **Le volet inférieur** décrit l'UAA d'un point de vue opérationnel : les ressources incontournables pour l'exercice des compétences, les processus mis en œuvre dans des activités, les stratégies transversales convoquées.

Qui rédige les référentiels ?

Le processus de production des référentiels de compétences terminales est fixé par le décret « Missions »[4].
Selon les termes décrétaux, les groupes de travail chargés de produire les référentiels « sont composés de représentants de l'enseignement secondaire, de l'inspection et de l'enseignement supérieur. Les groupes de travail entendent, à titre d'expert, toute personne qu'ils jugent utile. Le nombre total des représentants de l'enseignement supérieur ne peut être supérieur au nombre de représentants de l'enseignement secondaire ».
En cours de travail, des échanges avec des groupes-tests composés entre autres d'enseignants de la discipline ont été menés pour enrichir et amender les productions.
Tant dans les groupes de travail que dans les groupes-tests les acteurs de terrain sont donc présents.

[4] Article 25 pour les Humanités générales et technologiques et article 35 pour les Humanités professionnelles et techniques. Le mode d'organisation et de fonctionnement de ces groupes est précisé par l'Arrêté du Gouvernement de la Communauté française en date du 29 octobre 1997.

INTRODUCTION

L'apprentissage des mathématiques cultive des compétences qui facilitent une formation tout au long de la vie et aident à mieux appréhender une société en évolution. Au-delà du cadre scolaire, il s'inscrit dans une perspective de formation de l'individu.

Les mathématiques apprises durant l'enseignement secondaire de transition sont utiles à l'élève pour aborder des études supérieures

Les mathématiques ne sont pas seulement un héritage à apprendre et à transmettre aux jeunes, mais surtout un savoir à construire avec eux, savoir caractérisé par ses aspects cumulatifs et spiralaires, les nouvelles notions s'élaborant à partir d'autres.

Les mathématiques fournissent aux jeunes un exemple d'expression concise et exempte d'ambiguïté, susceptible de leur apprendre à penser logiquement, à être précis, à avoir une compréhension spatiale.

Les mathématiques sont nécessaires dans d'autres disciplines. Toutefois, comme l'a écrit Jean-Pierre KAHANE, président de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en France (2011) (Cahier pédagogique n° 427),
« *la spécificité des mathématiques dans l'ensemble des sciences, c'est cette non-spécificité à l'égard de la réalité extérieure. C'est la nature des mathématiques : on ne peut pas dire à quoi elles s'appliquent parce qu'elles viennent de partout et sont susceptibles de s'investir partout ; mais elles sont constituées par des enchaînements conceptuels et logiques dont la validité est universelle* ».

Des mathématiques pour qui ?

Les unités d'acquis d'apprentissage du 2e degré sont communes à tous les élèves. Celles du 3e degré proposent trois orientations :

- les mathématiques de base, pour l'élève qui, outre le bénéfice apporté par cette forme de pensée, utilisera des mathématiques dans sa vie « de citoyen » ;
- les mathématiques générales, pour l'élève qui, de plus, utilisera des mathématiques actives dans l'un ou l'autre domaine ;
- les mathématiques pour scientifiques, pour l'élève qui oriente sa formation vers les sciences, la technologie, la recherche, domaines dans lesquels les mathématiques jouent un rôle essentiel.

Mathématique et outil informatique

Dans le présent référentiel, le terme « outil informatique » est souvent utilisé au sens large ; il peut désigner

- des logiciels didactiques,
- des logiciels de géométrie dynamique,
- des logiciels tableurs,
- des outils de calcul formel, graphique ou scientifique,
- des outils de construction,
- des outils de visualisation,
- des outils de simulation,
- …

Une utilisation bien pensée de l'outil informatique permet

- de limiter le temps consacré à des calculs très techniques ;
- d'illustrer rapidement et efficacement un savoir, un concept ;
- de favoriser la discussion et donc l'appropriation des notions ;
- de repousser les limites des situations proposées ;
- de se focaliser sur le raisonnement ;
- de faciliter les démarches d'investigation ;
- …

L'utilisation de ces outils intervient selon diverses modalités

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, dans un cadre d'apprentissage, de recherche, de remédiation… ;
- …

Mathématique et logique

Les concepts et méthodes de la logique ne font pas l'objet d'un cours spécifique, mais prennent naturellement leur place dans la plupart des unités.
Une bonne formation à la logique permet de mieux maîtriser le débat démocratique : reconnaître la différence entre une cause et une conséquence, enchaîner des raisonnements, tirer une conséquence de plusieurs causes...
La pratique de la logique en mathématique favorise la construction de l'argumentation, la compréhension de textes, le développement de l'esprit critique…

Mathématique et culture

Le cours de mathématique est l'occasion de faire connaitre les apports des diverses cultures au développement des mathématiques.

Connaître le nom de quelques mathématiciens célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution fait partie intégrante du bagage humaniste de tout élève. La présentation de textes historiques aide à comprendre la genèse et l'évolution de certains concepts.

L'impact des mathématiques dans les arts, la peinture, la musique, la géographie, la technologie, la science, l'économie, les sciences humaines, l'environnement… aide à mieux appréhender une société en évolution.

Mathématique et communication

La communication intervient lors de différentes étapes d'une démarche mathématique notamment dans

- la reformulation orale ou écrite dans l'appropriation d'une situation,
- la traduction du langage mathématique en un langage usuel et réciproquement,
- la production d'un dessin, d'un graphique, d'un schéma, d'un tableau,
- la formulation d'une conjecture, d'une stratégie, d'une procédure, d'une argumentation, d'une démonstration, d'une généralisation, d'une synthèse, d'un résultat…,
- la discussion dans la confrontation de points de vue,
- la présentation structurée des données, des arguments, des solutions…

Dans toute communication, orale ou écrite, l'exigence de rigueur s'impose tant pour le langage mathématique que pour la langue française : choix du terme exact, recours aux connecteurs logiques, utilisation de symboles, respect de la syntaxe mathématique, qualité de la présentation, orthographe correcte.

Mathématique et esprit critique

Être capable de raisonner, de justifier, de démontrer, d'argumenter est indispensable dans un monde en perpétuelle évolution. Dans une perspective d'apprentissage tout au long de la vie, il permet d'acquérir un esprit critique, une démarche scientifique et une faculté d'adaptation. L'élève sera régulièrement invité à les exercer lors d'activités telles que

- comparer diverses méthodes de résolution,
- tester les limites d'un modèle,
- vérifier la pertinence des justifications,
- prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat,
- examiner la plausibilité d'une solution,
- juger de la pertinence d'une information reçue,
- envisager et croiser différents points de vue,
- examiner les effets induits par la présentation de données ou de résultats,
- …

Mathématique et statut de l'erreur

La formation mathématique doit contribuer à développer une meilleure estime de soi chez l'élève en donnant un statut positif à l'erreur. L'école est un lieu d'apprentissage où l'élève doit se construire au travers du mécanisme « essai-erreur ». Donner du sens à l'erreur et en décoder les sources permettent d'engager un processus d'analyse et de rectification.

ORIENTATIONS PRISES

Les intitulés et les contenus des unités d'acquis d'apprentissages se réfèrent aux divers domaines mathématiques.

Les unités d'acquis d'apprentissages précisent l'année d'étude.

Même si aucun ordre n'est imposé dans l'enseignement des unités, il va de soi que certaines sont préalables à l'installation d'autres. Dans un souci de lisibilité des unités d'acquis d'apprentissage, les ressources ne sont indiquées qu'une seule fois. Ces ressources peuvent cependant être initiées dans une autre unité.

Les divers processus interagissent les uns avec les autres.

La répartition des unités d'acquis d'apprentissage par degré, par année et par orientation est reprise dans les pages suivantes.

Deuxième degré

Mathématiques

3e année	4e année
Figures isométriques et figures semblables	Statistique descriptive
Triangle rectangle	Géométrie dans l'espace
Approche graphique d'une fonction	Trigonométrie
Premier degré	Fonctions de référence
Outils algébriques	Deuxième degré
	Géométrie analytique plane

Troisième degré

Mathématiques de base

5e année	6e année
Statistique à deux variables	Probabilité
Suite	Lois de probabilités
Modèles de croissance	Géométrie

Troisième degré

Mathématiques générales

5e année	6e année
Statistique à deux variables	Probabilité
Suites	Lois de probabilités
Asymptotes et limites	Intégrale
Dérivée	Fonctions exponentielles et logarithmes
Fonctions trigonométriques	Géométrie analytique de l'espace

Troisième degré

Mathématiques pour scientifiques

5^e année	6^e année
Statistique à deux variables	Probabilité
Suites	Lois de probabilités
Asymptotes, limites et continuité	Intégrale
Dérivée	Fonctions exponentielles et logarithmes
Fonctions trigonométriques	Fonctions réciproques et cyclométriques
Géométrie vectorielle du plan et de l'espace	Lieux géométriques
Géométrique analytique et synthétique de l'espace	Nombres complexes

Unités d'acquis d'apprentissage

Deuxième degré

3e année : 5 unités
4e année : 6 unités

Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)

3UAA1	Unité d'acquis d'apprentissage	*Figures isométriques et figures semblables*

Compétences à développer

MOBILISER DES PROPRIÉTÉS DE TRIANGLES ISOMÉTRIQUES, DE TRIANGLES SEMBLABLES
EXPLOITER DES CONFIGURATIONS DE THALÈS
DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS

Processus		Ressources
Appliquer • *Calculer des amplitudes d'angles et justifier à partir des relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle* • *Calculer une longueur d'un segment à partir d'égalités de rapports* • *Construire une figure à partir d'égalités de rapports* • *Dégager des égalités de rapports à partir de triangles semblables*	**Transférer** • *Démontrer une propriété en utilisant des relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle* • *Démontrer que deux triangles sont isométriques pour en dégager une propriété* • *Démontrer que deux triangles sont semblables pour en dégager une propriété/un résultat* • *Résoudre un problème faisant appel aux triangles isométriques* • *Résoudre un problème faisant appel aux triangles semblables*	Angle inscrit, angle au centre dans un cercle Figures isométriques Cas d'isométrie des triangles Théorème de Thalès (sans démonstration) et sa réciproque Configurations de Thalès Figures semblables Cas de similitude des triangles (y compris le cas des triangles à côtés parallèles) Outils logiques (utilisation en contexte) Implication (condition nécessaire, suffisante) Équivalence Réciproque
Connaitre • *Établir les liens entre des angles interceptant le même arc de cercle* • *Reconnaitre des triangles isométriques et justifier à l'aide du cas d'isométrie adéquat* • *Reconnaitre et justifier une configuration de Thalès ; en déduire des égalités de rapports* • *Reconnaitre des triangles semblables et justifier à l'aide du cas de similitude adéquat* • *Tirer une conclusion sur des figures géométriques à partir d'une égalité de rapports*		

Stratégies transversales

Dégager les éléments essentiels d'un énoncé ou d'une figure
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique
Utiliser la calculatrice
Tester une conjecture à l'aide de l'outil informatique

Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)		
3UAA2	**Unité d'acquis d'apprentissage**	***Triangle rectangle***

Compétences à développer

MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DU TRIANGLE RECTANGLE POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES DE CALCUL OU DE CONSTRUCTION
DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS

Processus		Ressources
Appliquer • *Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour vérifier qu'un triangle est rectangle* • *Utiliser les propriétés métriques du triangle rectangle dans des calculs (longueur de segments), des problèmes de construction* • *Calculer la distance entre deux points dans un repère orthonormé* • *Construire un segment de longueur $\sqrt{a}$ avec a naturel*	**Transférer** • *Démontrer des propriétés géométriques en utilisant le théorème de Pythagore ou les propriétés métriques du triangle rectangle* • *Résoudre un problème (calcul d'une longueur, construction) en utilisant le théorème de Pythagore et les propriétés métriques du triangle rectangle*	Théorème de Pythagore et sa réciproque Médiane relative à l'hypoténuse Inscriptibilité d'un triangle rectangle dans un demi-cercle Propriétés métriques dans un triangle rectangle Nombres irrationnels Trigonométrie Définition du sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le triangle rectangle Nombres trigonométriques de *30°, 45° et 60°* Angle correspondant à une pente, à une inclinaison exprimée en % Outils logiques (utilisation en contexte) Réciproque Implication Équivalence Négation Contraposition
Connaitre • *Démontrer le théorème de Pythagore et sa réciproque* • *Distinguer réciproque et contraposée du théorème de Pythagore* • *Transposer les propriétés du triangle rectangle dans des situations non prototypiques* • *Reconnaitre les conditions d'application des propriétés du triangle rectangle* • *Établir une propriété métrique dans un triangle rectangle* • *Établir les nombres trigonométriques dans des triangles rectangles particuliers (30°, 45° et 60°)*		

Stratégies transversales

S'adapter à des notations variées et à des situations non prototypiques
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Dégager les éléments essentiels d'un énoncé ou d'une figure
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique
Utiliser la calculatrice
Tester une conjecture à l'aide de l'outil informatique

Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)

3UAA3	Unité d'acquis d'apprentissage	*Approche graphique d'une fonction*

Compétences à développer

RECHERCHER DES INFORMATIONS SUR DES FONCTIONS À PARTIR DE LEUR REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Processus

Appliquer

À partir de graphiques de fonctions

- *Rechercher le domaine, l'ensemble-image et les points d'intersection du graphique de cette fonction avec les axes*
- *Rechercher les points d'intersection des graphiques de deux fonctions*
- *Écrire les parties de □ où une fonction est positive, négative ou nulle et construire le tableau de signe correspondant*
- *Déterminer les parties de □ où une fonction est croissante ou décroissante*
- *Résoudre des équations et inéquations de type : $f(x)=g(x)$, $f(x)<g(x)$, $f(x)>g(x)$ (y compris lorsque g est une fonction constante)*

Transférer

- *Résoudre un problème nécessitant la recherche d'éléments caractéristiques du graphique d'une fonction*
- *Tracer le graphique d'une fonction qui répond aux conditions données*

Connaitre

- *Distinguer graphiquement fonction et relation*
- *Verbaliser la dépendance entre les variables, à partir d'un graphique contextualisé*
- *Tracer le graphique d'une fonction et d'une relation non fonctionnelle*

Ressources

Relation, fonction

Graphique d'une fonction

Variable dépendante, variable indépendante

Parties de □

Éléments caractéristiques d'une fonction exclusivement à partir de son graphique
- Domaine et ensemble-image
- Image d'un réel
- Zéro(s)
- Signe

Outil logique (utilisation en contexte)
Quantificateur

Vocabulaire ensembliste (utilisation en contexte)
Union
Intersection
Différence

Stratégies transversales

Exploiter un graphique

Utiliser les opérateurs ensemblistes

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2^e degré de transition (3^e année)</th></tr>
<tr><td>3UAA4</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Premier degré</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RECONNAITRE UNE SITUATION QUI SE MODÉLISE PAR UNE FONCTION DU PREMIER DEGRÉ
TRAITER UN PROBLÈME QUI UTILISE DES FONCTIONS DU PREMIER DEGRÉ</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Tracer le graphique d'une fonction du premier degré et d'une fonction constante
• Déterminer les paramètres m et p d'une fonction répondant à certaines conditions
• Déterminer l'image d'un réel par une fonction du premier degré ou par une fonction constante
• Vérifier l'appartenance d'un point du plan au graphique d'une fonction du premier degré ou d'une fonction constante
• Déterminer algébriquement et graphiquement le point d'intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré et/ou constantes
• Résoudre une inéquation du premier degré</td><td>Transférer
• Traduire une situation contextualisée par une fonction, une équation ou une inéquation du premier degré
• Résoudre un problème qui nécessite l'utilisation de fonctions, d'équations ou d'inéquations du premier degré</td><td rowspan="2">Fonction du premier degré
$x \to mx + p \ (m \neq 0)$
Fonction constante
$x \to p$
Représentation graphique de la fonction du premier degré et de la fonction constante
Rôle des paramètres m et p
Caractéristiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante
• Zéro
• Signe
• Croissance-Décroissance
Inéquation du premier degré
Intersection de deux fonctions du premier degré et/ou constantes
Outils logiques (utilisation en contexte)
Connecteurs (et, ou)
Équivalence</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer tableau de nombres – graphique – expression analytique
• Identifier les paramètres m et p dans un tableau de nombres, sur un graphique ou à partir d'une expression analytique</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Modéliser et résoudre des problèmes
Reconnaitre le modèle affin
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction</td></tr>
</table>

Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)

3UAA5	Unité d'acquis d'apprentissage	*Outils algébriques*

Compétences à développer

MAITRISER DES OUTILS ALGÉBRIQUES POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

<table>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
Résoudre un système de deux équations à deux inconnues
Calculer une valeur numérique d'un polynôme
Déterminer les conditions d'existence de fractions rationnelles et les simplifier
Résoudre une équation contenant des fractions rationnelles
Modifier la forme d'une expression algébrique dans le but de résoudre une équation ou de simplifier une fraction</td><td>Transférer
Résoudre un problème se ramenant à la résolution d'un système d'équations
Résoudre un problème mobilisant la notation scientifique</td><td rowspan="2">Principes d'équivalence des inégalités
Équations impossible et indéterminée
Règle du produit nul
Équation produit
Système d'équations linéaires
Puissances à exposant entier
Racines (carrée – cubique)
Polynômes à une variable
degré
coefficients
opérations
Loi du reste
Factorisation
Fractions rationnelles</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
Justifier les différentes étapes d'une résolution d'équation ou d'inéquation
Ecrire l'égalité traduisant la division d'un polynôme par un autre
Reconnaître qu'un polynôme est divisible par (x-a) sans effectuer la division</td></tr>
</table>

Stratégies transversales

Acquérir les techniques algébriques pour traiter diverses situations

Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique

Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)

4UAA1	Unité d'acquis d'apprentissage	*Statistique descriptive*

Compétences à développer

À PARTIR D'INFORMATIONS COLLECTÉES DANS LES MÉDIAS, DE RÉSULTATS DE SIMULATIONS OU D'EXPÉRIENCES,
- CHOISIR, ÉTABLIR UNE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE PERTINENTE ;
- DÉTERMINER DES INDICATEURS UTILES POUR ÉCLAIRER UNE SITUATION DONNÉE ;
- INTERPRÉTER ET RELATIVISER LA PORTÉE D'INFORMATIONS GRAPHIQUES OU NUMÉRIQUES.

<table>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer ou estimer les indicateurs de position et de dispersion et les positionner sur un graphique
• Construire différents graphiques statistiques
• Extraire une information de graphiques et de tableaux statistiques
• Utiliser l'inégalité de Tchebychev</td><td>Transférer
• Choisir un support graphique, une valeur centrale, un indice de dispersion pour étudier une situation
• Critiquer des informations graphiques, numériques, textuelles…
• Commenter des informations fournies sur un même sujet par différents supports
• Interpréter un résultat obtenu en lien avec le caractère étudié et le contexte</td><td rowspan="2">Population et échantillon
Caractères qualitatif et quantitatif
Caractères discret et continu
Classes de données, centre de classe
Effectifs et fréquences cumulés
Indicateurs de position : mode, moyenne arithmétique, médiane, quartiles
Indicateurs de dispersion : étendue, variance, écart-type, intervalle interquartile
Graphiques statistiques : boite à moustaches, histogramme et diagrammes cumulatifs
Fonctions statistiques et graphiques d'un logiciel (ordinateur, tablette ou calculatrice)
Inégalité de Tchebychev (sans démonstration)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Expliquer le vocabulaire statistique
• Identifier les différents types de caractères statistiques et décrire les informations graphiques et numériques qui peuvent y être associées
• Expliquer pour quels usages sont requis les indicateurs de position et/ou de dispersion</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Organiser et synthétiser des informations
Développer l'esprit critique
Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation des résultats
Décoder les informations statistiques issues de divers contextes</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)</th></tr>
<tr><td>4UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Géométrie dans l'espace</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
VISUALISER DANS L'ESPACE DES OBJETS À PARTIR DE LEURS REPRÉSENTATIONS PLANES
CONSTRUIRE DES REPRÉSENTATIONS PLANES D'OBJETS
JUSTIFIER DES CONSTRUCTIONS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Représenter dans un plan un objet de l'espace
• Construire un point de percée
• Construire une section plane</td><td>Transférer
• Justifier la construction d'un point de percée, d'une section plane
• Vérifier la coplanarité de points, de droites
• Construire l'ombre d'un objet
• Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace</td><td rowspan="2">Représentation plane d'un objet de l'espace
Comparaison entre perspectives cavalière et centrale
Caractérisation d'une droite et d'un plan
Positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan
Propriétés utiles aux constructions des points de percée et des sections planes

Outil logique (utilisation en contexte)
Implication

Vocabulaire ensembliste (utilisation en contexte)
Appartenance, inclusion, intersection</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Repérer les positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Visualiser dans l'espace
Décoder des représentations planes d'objets de l'espace
Justifier et raisonner
Utiliser des logiciels de géométrie dynamique
Tracer avec précision
Dégager des constructions mathématiques dans une œuvre d'art</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)</th></tr>
<tr><td>4UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Trigonométrie</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
GÉNÉRALISER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES EN UTILISANT DES OUTILS TRIGONOMÉTRIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer l'amplitude d'un angle avec calculatrice
• Calculer la longueur d'un côté d'un triangle avec calculatrice
• Calculer l'aire d'un triangle avec calculatrice</td><td>Transférer
• Utiliser les relations trigonométriques pour traiter une application géométrique, topographique, physique, …
• Calculer une distance inaccessible dans le plan ou dans l'espace</td><td rowspan="2">Définition du sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le cercle trigonométrique
Relations principales
$\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$
$\tan(x)=\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$
Formule de l'aire d'un triangle quelconque
Relation des sinus
Théorème d'Al Kashi</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle ainsi que ses nombres trigonométriques
• Établir le lien entre triangles semblables et nombres trigonométriques
• Interpréter géométriquement les relations principales</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser la calculatrice
Vérifier la plausibilité d'un résultat
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans différentes cultures</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)</th></tr>
<tr><td>4UAA4</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Fonctions de référence</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
S'APPROPRIER DIFFÉRENTS MODÈLES FONCTIONNELS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Apparier des graphiques de transformées de fonctions de référence et des expressions analytiques et justifier
• Trouver l'expression analytique d'une transformée d'une fonction de référence à partir de son graphique
• Tracer le graphique d'une transformée d'une fonction de référence
• Résoudre algébriquement et graphiquement des équations du type f(x)=k où f est une transformée d'une fonction de référence.</td><td>Transférer
• Modéliser une situation par une transformée d'une fonction de référence pour en tirer des informations</td><td rowspan="2">Représentations graphiques des fonctions de référence :
• $x \to x$
• $x \to \frac{1}{x}$
• $x \to x^2$
• $x \to x^3$
• $x \to |x|$
• $x \to \sqrt{x}$
• $x \to \sqrt[3]{x}$
Croissance, décroissance, extremums sur un intervalle
Parité
Caractéristiques graphiques des fonctions de référence
• asymptote
• point d'inflexion
• relation de réciprocité
Transformées de fonctions par
• symétrie orthogonale
• translation
• affinité</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Tracer le graphique d'une fonction de référence
• Associer un type de fonction de référence à une situation donnée
• Identifier la relation de réciprocité qui unit les fonctions $x \to x^2$ et $x \to \sqrt{x}$, $x \to x^3$ et $x \to \sqrt[3]{x}$
• Interpréter graphiquement les définitions de croissance, décroissance, extremum, parité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser la calculatrice graphique et/ou un outil informatique
Reconnaitre les fonctions de référence dans d'autres contextes</td></tr>
</table>

Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)

4UAA5	Unité d'acquis d'apprentissage	*Deuxième degré*

Compétences à développer

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES, Y COMPRIS D'OPTIMISATION, SE MODÉLISANT PAR UNE ÉQUATION, UNE INÉQUATION OU UNE FONCTION DU 2E DEGRÉ

ASSOCIER GRAPHIQUES ET EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE FONCTIONS DU 2E DEGRÉ

Processus

Appliquer

- *Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du 2e degré*
- *Associer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à son graphique et réciproquement*
- *Construire l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à partir de son graphique et réciproquement*
- *Déterminer les caractéristiques d'une fonction du 2e degré*
- *Déterminer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré répondant à des conditions données*

Transférer

- *Modéliser et résoudre un problème d'optimisation*
- *Modéliser et résoudre des problèmes issus de situations diverses*

Connaitre

- *Lier les diverses écritures de la fonction du 2e degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique:*

  $x \to a(x-\alpha)^2+\beta$

  $x \to ax^2+bx+c$

  $x \to a(x-x_1)(x-x_2)$

- *Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2e degré*

Ressources

Fonction du 2e degré

Caractéristiques de la fonction du 2e degré

- Zéro
- Signe
- Croissance, décroissance
- Extremum

Caractéristiques de la parabole d'axe vertical

- Sommet
- Axe de symétrie
- Concavité

Équations et inéquations du 2e degré

Somme et produit des solutions de l'équation du 2e degré

Forme factorisée du trinôme du 2e degré

Stratégies transversales

Modéliser et résoudre des problèmes
Critiquer un résultat
Communiquer et présenter des résultats
Reconnaitre le modèle quadratique
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)</th></tr>
<tr><td>4UAA6</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Géométrie analytique plane</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
TRADUIRE ANALYTIQUEMENT DES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Construire la somme de deux vecteurs
• Représenter un multiple de vecteur
• Décomposer un vecteur selon deux directions données
• Rechercher les équations vectorielle et cartésienne d'une droite
• Rechercher l'équation d'une droite comprenant deux points, comprenant un point et de direction donnée
• Calculer la distance d'un point à une droite
• Rechercher l'équation cartésienne d'un cercle
• Rechercher le centre et le rayon d'un cercle d'équation donnée
• Construire une parabole de foyer et de directrice donnée
• Rechercher une intersection entre droites, entre droite et cercle</td><td>Transférer
• Vérifier une propriété géométrique élémentaire par une méthode analytique
• Résoudre un problème de géométrie analytique plane
• Rechercher les coordonnées de points d'intersection de droites remarquables d'un triangle en limitant la technicité ou en utilisant l'outil informatique</td><td rowspan="2">Vecteurs
Addition de deux vecteurs
Multiplication d'un vecteur par un réel
Vecteurs colinéaires
Repère orthonormé
Composantes d'un vecteur
Vecteur directeur d'une droite
Équations vectorielle, paramétriques et cartésienne d'une droite
Droite d'équation $ax+by+c=0$
Coefficient angulaire d'une droite
Condition de parallélisme et de perpendicularité de deux droites
Distance entre un point et une droite
Milieu d'un segment
Définition de la parabole en tant que lieu géométrique
Équation cartésienne d'une parabole d'axe vertical
Équation cartésienne d'un cercle</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer un lieu à son expression analytique
• Représenter un vecteur dans le plan</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Construire une démarche de pensée
Utiliser des logiciels de géométrie dynamique</td></tr>
</table>

Unités d'acquis d'apprentissage

Troisième degré

Mathématiques de base

5e année : 3 unités
6e année : 3 unités

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5B UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Statistique à 2 variables</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DIFFÉRENCIER CAUSALITÉ ET CORRÉLATION
ÉTUDIER LA PERTINENCE DE L'AJUSTEMENT DES DONNÉES À UN MODÈLE LINÉAIRE À PARTIR DE RELEVÉS STATISTIQUES OU D'EXPÉRIMENTATIONS SCIENTIFIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer l'équation d'une droite de Mayer.
• Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer un ajustement linéaire et un coefficient de corrélation
• Calculer une valeur théorique correspondant à un ajustement linéaire</td><td>Transférer
• Critiquer et commenter des informations présentées ou calculées</td><td rowspan="2">Représentation d'une série statistique à deux variables
Point moyen
Ajustement linéaire
Méthode de Mayer
Coefficient de corrélation linéaire
Distinction entre causalité et corrélation
Fonctions statistiques et graphiques de l'outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Expliquer l'intérêt d'un ajustement
• Expliquer par un exemple la différence entre causalité et corrélation
• Interpréter le lien entre la forme d'un nuage de points et un coefficient de corrélation</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation de résultats
Décoder des informations statistiques issues de divers contextes
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Interpréter un résultat dans son contexte</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5B UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Suites</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DES SUITES DANS DES SITUATIONS VARIÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Représenter graphiquement une suite
• Trouver le terme général d'une suite arithmétique, géométrique
• Rechercher un terme d'une suite arithmétique, géométrique
• Déterminer la limite d'une suite arithmétique, géométrique
• Calculer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique, géométrique
• Trouver le taux, l'intérêt ou la durée d'un placement à intérêts simples ou à intérêts composés
• Réaliser un tableau d'amortissement d'un prêt à l'aide de l'outil informatique</td><td>Transférer
• Résoudre un problème faisant intervenir des suites dans différents contextes
• Comparer des rendements de placements</td><td rowspan="2">Suites
Exemples
Suites arithmétiques, suites géométriques
Terme général
Somme des n premiers termes
Type de croissance
Convergence
Intérêts simples, intérêts composés
Tableau d'amortissement</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Caractériser une suite de nombres : type de suite, type de croissance
• Donner un exemple de suite convergente ou non convergente
• Générer une suite vérifiant certaines conditions</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans différentes cultures
Utiliser l'outil informatique
Faire appel au raisonnement mathématique pour dépasser l'intuition
Mobiliser dans d'autres disciplines et dans le quotidien les concepts installés</td></tr>
</table>

Mathématiques de base : 3e degré de transition (5e année)		
5B UAA3	Unité d'acquis d'apprentissage	*Modèles de croissance*

Compétences à développer

S'APPROPRIER DES MODÈLES DE CROISSANCE POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

Processus		Ressources
Appliquer • *Approcher le taux d'accroissement instantané en calculant différents taux d'accroissement* • *Lire un graphique en échelle (semi-) logarithmique* • *Construire un graphique en échelle (semi-) logarithmique*	**Transférer** • *Décrire l'évolution d'un phénomène à partir de sa représentation graphique* • *Résoudre un problème qui requiert une modélisation par une fonction puissance, exponentielle ou logarithme*	Taux d'accroissement d'une fonction en un point Taux d'accroissement instantané (approche intuitive du nombre dérivé) et interprétation graphique Famille des fonctions puissances x^a avec $a = \frac{1}{2}$ ou $a = \frac{1}{3}$ ou $a \in ⊔$, exponentielles, logarithmes. Croissance exponentielle, croissance logarithmique Relation de réciprocité entre fonction exponentielle et fonction logarithme Échelle (semi-) logarithmique
Connaitre • *Associer à une situation donnée le modèle de croissance correspondant* • *Comparer graphiquement les croissances de fonctions d'une même famille* • *Comparer graphiquement les croissances des fonctions puissances, exponentielles et logarithmes sur* $⌈_0^+$ • *Identifier la relation de réciprocité qui unit les fonctions exponentielles et logarithmes*		

Stratégies transversales

Utiliser l'outil informatique

Reconnaitre dans des phénomènes naturels différents types de croissance

Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6B UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
INTERPRÉTER DES PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES DE LA VIE COURANTE
ANALYSER ET CRITIQUER DES INFORMATIONS À CARACTÈRE PROBABILISTE</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer une probabilité, y compris conditionnelle droites, entre droite et cercle</td><td>Transférer
• Résoudre un problème à caractère probabiliste.
• Analyser, critiquer des informations probabilistes y compris des résultats de simulations</td><td rowspan="2">Outils d'appropriation et de calcul de probabilités
- arbre
- diagramme de Venn
- simulation
- tableau
Expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements
Probabilité d'un événement
Propriétés des probabilités
Probabilité conditionnelle</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Identifier des probabilités parmi des informations
• Extraire d'un arbre donné la probabilité d'un événement
• Identifier l'événement associé à une probabilité donnée à partir d'un arbre, d'un diagramme, d'un tableau
• Identifier « expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements » dans un énoncé</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
Développer l'esprit critique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6B UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Lois de probabilités</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DÉTERMINER UNE PROBABILITÉ DANS UN CONTEXTE DONNÉ EN UTILISANT LES LOIS BINOMIALE ET NORMALE</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer une probabilité dans un contexte qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale
• Déterminer l'ensemble des valeurs de la variable correspondant à une probabilité donnée</td><td>Transférer
• Modéliser une situation concrète par une loi de probabilité
• Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale</td><td rowspan="2">Variable aléatoire suivant une loi uniforme
Espérance mathématique et écart-type

Variable aléatoire suivant une loi binomiale
Épreuve et schéma de Bernoulli
Coefficients binomiaux
Probabilité de k succès dans un schéma de Bernoulli
Espérance mathématique et écart-type

Variable aléatoire suivant une loi normale
Espérance mathématique et écart-type
Graphique de la distribution de probabilité

Table de la loi normale et outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer une loi de probabilité à un contexte donné et identifier ses paramètres
• Interpréter graphiquement une probabilité dans le cas de la loi normale</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Lire et utiliser une table
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation</td></tr>
</table>

Mathématiques de base : 3e degré de transition (6e année)		
6B UAA3	Unité d'acquis d'apprentissage	*Géométrie*
Compétences à développer MANIPULER, REPRÉSENTER DES OBJETS ET QUANTIFIER CERTAINS DE LEURS ÉLÉMENTS		
Processus		**Ressources**
Appliquer • *Rechercher un point de fuite, une ligne d'horizon sur une représentation de l'espace en perspective centrale*	**Transférer** • *Organiser les étapes d'une construction à réaliser à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique* • *Passer d'un mode de représentation à un autre*	Perspective cavalière Perspective centrale Vues coordonnées Maquettes et développements
Connaitre • *Reconnaitre une figure faite en perspective cavalière ou en perspective centrale*		
Stratégies transversales Visualiser dans l'espace Tracer avec précision Utiliser des logiciels de géométrie dynamique Mobiliser dans le quotidien les représentations installées		

Unités d'acquis d'apprentissage

Troisième degré

Mathématiques générales

5e année : 5 unités
6e année : 5 unités

Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)		
5G UAA1	Unité d'acquis d'apprentissage	*Statistique à 2 variables*

Compétences à développer

DIFFÉRENCIER CAUSALITÉ ET CORRÉLATION

ÉTUDIER LA PERTINENCE DE L'AJUSTEMENT DES DONNÉES À UN MODÈLE LINÉAIRE À PARTIR DE RELEVÉS STATISTIQUES OU D'EXPÉRIMENTATIONS SCIENTIFIQUES

Processus		Ressources
Appliquer • *Déterminer l'équation d'une droite de Mayer* • *Calculer un coefficient de corrélation* • *Déterminer l'équation d'une droite de régression par la méthode des moindres carrés* • *Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer un ajustement linéaire et un coefficient de corrélation* • *Calculer une valeur théorique correspondant à un ajustement linéaire*	**Transférer** • *Critiquer et commenter des informations présentées ou calculées*	Représentation d'une série statistique à deux variables Point moyen Ajustement linéaire Méthodes de Mayer et des moindres carrés Covariance Coefficient de corrélation linéaire Distinction entre causalité et corrélation Fonctions statistiques et graphiques de l'outil informatique
Connaitre • *Expliquer l'intérêt d'un ajustement* • *Expliquer par un exemple la différence entre causalité et corrélation* • *Associer nuages de points et coefficients de corrélation* • *Expliquer le principe de la méthode des moindres carrés*		

Stratégies transversales

Développer l'esprit critique

Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation de résultats

Décoder des informations statistiques issues de divers contextes

Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation

Interpréter un résultat dans son contexte

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5G UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Suites</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DES SUITES DANS DES SITUATIONS VARIÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Représenter graphiquement une suite
• Trouver le terme général d'une suite arithmétique, géométrique
• Rechercher un terme d'une suite arithmétique, géométrique
• Déterminer la limite d'une suite arithmétique, géométrique
• Calculer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique, géométrique
• Trouver le taux, l'intérêt ou la durée d'un placement à intérêt simple ou à intérêt composé
• Réaliser un tableau d'amortissement d'un prêt à l'aide de l'outil informatique</td><td>Transférer
• Résoudre un problème où interviennent des suites, dans différents contextes</td><td rowspan="2">Suites
Définition en fonction du rang
Définition par récurrence
Suites arithmétiques, suites géométriques
Terme général
Somme des n premiers termes
Type de croissance
Convergence
Intérêts simples, intérêts composés
Tableau d'amortissement</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Caractériser une suite de nombres : type de suite, type de croissance
• Donner des exemples de suite convergente ou non convergente
• Démontrer la formule donnant la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique
• Générer une suite vérifiant certaines conditions</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures
Utiliser l'outil informatique
Faire appel au raisonnement mathématique pour dépasser l'intuition
Mobiliser dans d'autres disciplines et dans le quotidien les concepts installés
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)</td></tr>
<tr><td>5G UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Asymptotes et limites</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
ARTICULER EXPRESSION ANALYTIQUE, REPRÉSENTATION GRAPHIQUE ET COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE D'UNE FONCTION</td></tr>
<tr><td colspan="2">Processus</td><td>Ressources</td></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer, à partir de l'expression analytique d'une fonction, son domaine et les limites qui apportent des informations sur son graphique
• Calculer des limites et les interpréter graphiquement
• Apparier des graphiques et des informations sur les limites et les asymptotes d'une fonction
• Traduire en termes de limites les comportements asymptotiques d'une fonction, à partir de son graphique
• Rechercher les équations des asymptotes au graphique d'une fonction
• Utiliser le comportement asymptotique d'une fonction pour approcher sa valeur en un point</td><td>Transférer
• Esquisser le graphique d'une fonction vérifiant certaines conditions sur les limites et les asymptotes
• Rechercher l'expression analytique d'une fonction répondant à certaines conditions relatives à ses limites et à ses asymptotes</td><td rowspan="2">Opérations sur les fonctions (y compris la composition)
Limite d'une fonction
Règles de calcul des limites
Asymptotes

Dans cette UAA, on se limitera, pour les calculs, aux fonctions rationnelles</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Identifier dans l'expression analytique d'une fonction donnée les fonctions usuelles, les opérations et leur hiérarchie
• Donner un exemple de limite de fonction illustrant un cas d'indétermination</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Utiliser l'outil informatique
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique</td></tr>
</table>

Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)

5G UAA4	Unité d'acquis d'apprentissage	*Dérivée*

Compétences à développer

LIER CONCEPTS DE TANGENTE, DE TAUX D'ACCROISSEMENT, DE CROISSANCE ET DE CONCAVITÉ À L'OUTIL « DÉRIVÉE »
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION DANS DES CONTEXTES DIVERS

Processus		Ressources
Appliquer • *Apparier des graphiques de fonctions à ceux de leur dérivée première et/ou seconde* • *Calculer les dérivées d'une fonction* • *Déterminer l'équation de la tangente en un point du graphique d'une fonction et la représenter*	**Transférer** • *Synthétiser des informations sur une fonction pour la représenter* • *Résoudre un problème relatif au comportement local d'une fonction* • *Esquisser le graphique de la dérivée d'une fonction à partir du graphique de celle-ci et réciproquement* • *Esquisser localement l'allure du graphique d'une fonction à partir d'informations sur ses dérivées première et seconde* • *Distinguer, entre deux graphiques donnés, celui de la fonction et celui de sa dérivée première*	Taux d'accroissement Nombre dérivé Tangente en un point du graphique d'une fonction Fonction dérivée Dérivée des fonctions de référence Formules de dérivation Liens entre la dérivée première et la croissance d'une fonction Extremum local Liens entre la dérivée seconde et la concavité du graphique d'une fonction Point d'inflexion Dans cette UAA, on se limitera, pour les calculs, aux fonctions rationnelles et racine carrée
Connaitre • *Interpréter graphiquement la définition du nombre dérivé* • *Associer le comportement d'une fonction au signe de sa dérivée première et/ou au signe de sa dérivée seconde*		

Stratégies transversales

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Développer différentes stratégies d'optimisation
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
Mobiliser et résoudre des problèmes

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5G UAA5</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Fonctions trigonométriques</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RELIER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE À CELLE DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN RÉEL
MODÉLISER ET RÉSOUDRE DES PROBLÈMES À L'AIDE DE FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer une amplitude d'angle, une longueur d'arc de cercle et une aire de secteur
• Apparier des graphiques de transformées de fonctions trigonométriques et des expressions analytiques
• Trouver l'expression analytique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique à partir de son graphique
• Tracer le graphique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique
• Résoudre des équations du type $\sin(x)=a$, $\cos(x)=a$, $\tan(x)=a$ en utilisant la calculatrice, le cercle trigonométrique et les fonctions trigonométriques
• Résoudre graphiquement et/ou algébriquement une équation trigonométrique du type $a\sin(bx+c)=k$
• Déterminer l'amplitude, la période, le déphasage et les extremums d'une fonction trigonométrique</td><td>Transférer
• Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une fonction du type $x \to a\sin(bx+c)$</td><td rowspan="2">Nombre π
Angles, arcs, secteurs circulaires
Radian
Angles orientés
Fonctions trigonométriques de référence
$x \to \sin(x)$
$x \to \cos(x)$
$x \to \tan(x)$

Fonction trigonométrique $x \to a\sin(bx+c)$

Amplitude, période, déphasage</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle donné, ainsi que ses nombres trigonométriques
• Représenter graphiquement les fonctions trigonométriques
• Associer graphiquement les nombres trigonométriques d'un angle et les images d'un réel par une fonction trigonométrique
• Interpréter le rôle des paramètres a, b et c de la fonction $x \to a\sin(bx+c)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Reconnaitre des phénomènes naturels périodiques
Utiliser l'outil informatique
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6G UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
UTILISER LE CALCUL DES PROBABILITÉS POUR COMPRENDRE DES PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES DE LA VIE COURANTE, POUR ANALYSER ET CRITIQUER DES INFORMATIONS CHIFFRÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Utiliser des simulations faites avec un outil informatique ou des données statistiques pour calculer des probabilités a posteriori
• Utiliser des tableaux, des diagrammes, des arbres ou des formules de combinatoire pour calculer une probabilité a priori, y compris conditionnelle
• Vérifier si deux événements donnés sont dépendants ou indépendants</td><td>Transférer
• Résoudre un problème de probabilité en utilisant une méthode de dénombrement
• Utiliser le calcul des probabilités pour comprendre la portée d'informations chiffrées, les analyser et les critiquer y compris dans le cadre de jeux de hasard</td><td rowspan="2">Outils d'appropriation et de calcul de probabilités
- arbre
- diagramme de Venn
- simulation
- tableau
- analyse combinatoire
▪ arrangements avec et sans répétitions
▪ combinaisons sans répétitions
▪ permutations avec et sans répétitions
Expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements
Probabilité d'un événement
Propriétés des probabilités
Probabilité conditionnelle
Événements indépendants</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Extraire d'un arbre donné la probabilité d'un événement
• Identifier l'événement associé à une probabilité donnée à partir d'un arbre, d'un diagramme, d'un tableau
• Identifier « expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements » dans un énoncé</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
Développer l'esprit critique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6G UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Lois de probabilités</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DÉTERMINER UNE PROBABILITÉ DANS UN CONTEXTE DONNÉ EN UTILISANT LES LOIS BINOMIALE ET NORMALE</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer une probabilité dans un contexte qui requiert l'utilisation d' une loi de probabilité binomiale ou normale
• Déterminer l'ensemble des valeurs de la variable correspondant à une probabilité donnée</td><td>Transférer
• Modéliser une situation concrète par une loi de probabilité
• Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale</td><td rowspan="2">Variable aléatoire
Espérance mathématique
Ecart-type
Distribution de probabilité
Fonction de répartition
Loi uniforme
Espérance mathématique et écart-type
Loi binomiale
Épreuve et schéma de Bernoulli
Espérance mathématique et écart-type
Distribution de probabilité
Loi normale
Espérance mathématique et écart-type
Graphique de la distribution de probabilité
Table de la loi normale et outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer une loi de probabilité à un contexte donné et identifier ses paramètres
• Interpréter graphiquement une probabilité dans le cas de la loi normale
• Associer les concepts de statistique à ceux de probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Lire et utiliser une table
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6G UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Intégrale</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RÉSOUDRE UN PROBLÈME À L'AIDE DU CALCUL INTÉGRAL</td></tr>
<tr><td colspan="2">Processus</td><td>Ressources</td></tr>
<tr><td>Appliquer
• Approximer une aire par une somme d'aires élémentaires à l'aide d'un outil informatique
• Vérifier qu'une fonction donnée est la primitive d'une autre
• Déterminer une primitive
• Calculer une intégrale définie
• Calculer la mesure d'une aire, d'un volume</td><td>Transférer
• Utiliser le calcul intégral pour résoudre des problèmes</td><td rowspan="2">Encadrement d'une aire, d'un volume
Intégrale définie
Théorème fondamental
Primitives
Aire d'une surface plane
Volume d'un solide de révolution</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Illustrer graphiquement et justifier la formule du calcul d'un volume d'un solide de révolution
• Écrire les intégrales qui permettent de calculer l'aire d'une zone sélectionnée sur un graphique</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année[5])</th></tr>
<tr><td>6G UAA4</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Fonctions exponentielles et logarithmes</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MODÉLISER UNE SITUATION PAR UNE FONCTION EXPONENTIELLE OU PAR UNE FONCTION LOGARITHME
RÉSOUDRE UN PROBLÈME QUI NÉCESSITE LE RECOURS À DES FONCTIONS EXPONENTIELLES OU LOGARITHMES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Résoudre une équation exponentielle simple
• Résoudre une équation logarithmique simple
• Calculer des limites, des dérivées et des primitives de fonctions exponentielles et logarithmes
• Extraire des informations d'un graphique en coordonnées logarithmique ou semi-logarithmique</td><td>Transférer
• Choisir une échelle adéquate pour représenter les données d'un problème
• Utiliser une fonction logarithme ou exponentielle pour résoudre un problème
• Modéliser un nuage de points par une fonction exponentielle
• Reconnaitre, parmi tous ceux déjà rencontrés, le modèle adéquat à la situation proposée</td><td rowspan="2">Fonctions exponentielles
Fonctions logarithmes
Relation de réciprocité des fonctions exponentielles et logarithmes
Fonction exponentielle et fonction logarithme de base e
Dérivée des fonctions exponentielles et logarithmes
Règle de l'Hospital
Coordonnées logarithmique et semi-logarithmique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Démontrer des propriétés des fonctions logarithmes
• Comparer les croissances des fonctions exponentielles, logarithmes et puissances sur $\mathbb{R}_0^+$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Reconnaitre dans des phénomènes naturels différents types de croissance
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation</td></tr>
</table>

[5] Les fonctions seront vues au premier trimestre afin d'assurer un prérequis des cours de sciences.

Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année)

6G UAA5	**Unité d'acquis d'apprentissage**	***Géométrie analytique de l'espace***

Compétences à développer

TRADUIRE ANALYTIQUEMENT DES SITUATIONS GÉOMÉTRIQUES DE L'ESPACE

Processus		**Ressources**
Appliquer • *Vérifier l'alignement de points, la coplanarité de points, l'orthogonalité de deux droites* • *Rechercher des équations de droites et de plans dans l'espace* • *Représenter, à partir de leurs équations, des droites et des plans parallèles à un des axes du repère* • *Déterminer l'équation d'une droite ou d'un plan à partir de sa représentation dans un repère* • *Déterminer la position relative de droites et de plans* • *Déterminer la coordonnée d'un point de percée* • *Déterminer l'intersection de trois plans et en déduire leur position relative*	**Transférer** • *Traduire un problème en système d'équations et déterminer sa solution* • *Traiter un problème de géométrie dans l'espace*	Repère orthonormé Vecteurs de l'espace Coordonnée d'un point dans l'espace Addition de deux vecteurs Multiplication d'un vecteur par un réel Distance entre deux points Condition analytique de perpendicularité de deux vecteurs Condition d'alignement de trois points Condition de coplanarité de quatre points Équations vectorielle, paramétriques et cartésienne d'un plan Équations vectorielle, paramétriques et cartésiennes d'une droite dans l'espace Vecteur normal à un plan Condition de parallélisme de deux droites, de deux plans Intersection de droites et de plans
Connaitre • *Lier les différentes formes d'équations de droites ou de plans* • *Représenter un point de l'espace de coordonnée donnée* • *Interpréter géométriquement le résultat de la résolution d'un système d'équations*		

Stratégies transversales

Esquisser des figures de l'espace
Utiliser des logiciels de géométrie dynamique
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Mobiliser l'outil algébrique
Utiliser l'outil informatique

Unités d'acquis d'apprentissage

Troisième degré

Mathématiques pour scientifiques

5e année : 7 unités
6e année : 7 unités

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5S UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Statistique à 2 variables</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DIFFÉRENCIER CAUSALITÉ ET CORRÉLATION
ÉTUDIER LA PERTINENCE DE L'AJUSTEMENT DES DONNÉES À UN MODÈLE LINÉAIRE À PARTIR DE RELEVÉS STATISTIQUES OU D'EXPÉRIMENTATIONS SCIENTIFIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer l'équation d'une droite de Mayer
• Calculer un coefficient de corrélation
• Déterminer l'équation d'une droite de régression par la méthode des moindres carrés
• Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer un ajustement linéaire et un coefficient de corrélation.
• Calculer une valeur théorique correspondant à un ajustement linéaire</td><td>Transférer
• Critiquer et commenter des informations présentées ou calculées</td><td rowspan="2">Représentation d'une série statistique à deux variables
Point moyen
Ajustement linéaire
Méthode de Mayer
Méthode des moindres carrés (avec démonstration de l'équation)
Covariance
Coefficient de corrélation linéaire
Distinction entre causalité et corrélation
Fonctions statistiques et graphiques de l'outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Expliquer l'intérêt d'un ajustement
• Expliquer par un exemple la différence entre causalité et corrélation
• Démontrer les formules relatives aux paramètres d'une droite de régression
• Associer nuages de points et coefficients de corrélation
• Expliquer le principe de la méthode des moindres carrés</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation de résultats
Décoder des informations statistiques issues de divers contextes
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Interpréter un résultat dans son contexte</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5S UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Suites</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DES SUITES DANS DES SITUATIONS VARIÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Représenter graphiquement une suite
• Trouver le terme général d'une suite
• Rechercher un terme d'une suite
• Conjecturer la limite d'une suite à l'aide d'un outil informatique
• Vérifier la valeur de la limite d'une suite à l'aide de la définition
• Déterminer la limite d'une suite arithmétique, géométrique
• Calculer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique, géométrique
• Calculer une somme infinie de termes consécutifs d'une suite géométrique
• Trouver le taux, l'intérêt ou la durée d'un placement à intérêt simple ou à intérêt composé
• Réaliser un tableau d'amortissement d'un prêt à l'aide de l'outil informatique</td><td>Transférer
• Résoudre un problème faisant intervenir des suites issues de différents contextes.</td><td rowspan="2">Suites
Définition en fonction du rang
Définition par récurrence
Limite d'une suite
Suites arithmétiques, suites géométriques
Terme général
Somme des n premiers termes
Type de croissance
Convergence
Intérêts simples, intérêts composés
Tableau d'amortissement
Somme infinie de termes d'une suite géométrique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Caractériser une suite de nombres : type de suite, type de croissance
• Donner des exemples de suite convergente ou non convergente
• Démontrer la formule donnant la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique
• Générer une suite vérifiant certaines conditions
• Définir la limite d'une suite et expliciter cette définition à l'aide d'un schéma</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures
Utiliser l'outil informatique
Faire appel au raisonnement mathématique pour dépasser l'intuition
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer</td></tr>
</table>

Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)

5S UAA3	Unité d'acquis d'apprentissage	*Asymptotes, limites et continuité*

Compétences à développer

EXTRAIRE DES INFORMATIONS SUR CERTAINES PARTIES DU GRAPHIQUE D'UNE FONCTION À PARTIR DE SON EXPRESSION ANALYTIQUE
S'APPROPRIER LE FORMALISME DE L'ANALYSE
ARTICULER EXPRESSION ANALYTIQUE, REPRÉSENTATION GRAPHIQUE ET COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE D'UNE FONCTION

Processus

Appliquer

- *Déterminer, à partir de l'expression analytique d'une fonction, son domaine et les limites qui apportent des informations sur son graphique.*
- *Calculer une limite et l'interpréter graphiquement*
- *Traduire en termes de limites les comportements asymptotiques d'une fonction, à partir de son graphique*
- *Rechercher l'équation d'une asymptote au graphique d'une fonction*
- *Apparier des graphiques et des informations sur les limites et les asymptotes d'une fonction*
- *Rechercher un zéro d'une fonction en utilisant la méthode de dichotomie*
- *Utiliser le comportement asymptotique d'une fonction pour approcher sa valeur en un point*

Transférer

- *Esquisser le graphique d'une fonction vérifiant certaines conditions sur les limites, la continuité et les asymptotes*
- *Rechercher l'expression analytique d'une fonction répondant à certaines conditions relatives à ses limites et à ses asymptotes*

Connaitre

- *Identifier dans l'expression analytique d'une fonction donnée les fonctions usuelles, les opérations et leur hiérarchie*
- *Justifier les étapes d'un calcul de limite*
- *Définir à l'aide des quantificateurs et illustrer graphiquement la limite d'une fonction (en un réel et en l'infini)*
- *Définir la continuité d'une fonction*
- *Montrer l'importance de l'hypothèse de continuité dans le théorème des valeurs intermédiaires*
- *Donner un exemple de limite de fonction illustrant un cas d'indétermination*

Ressources

Complétude de □
Opérations sur les fonctions (y compris la composition)
Adhérence du domaine d'une fonction
Asymptotes et limites d'une fonction
Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de la composée de deux fonctions
Continuité en un point
Continuité sur un intervalle
Fonction « Partie entière »
Théorème des valeurs intermédiaires (sans démonstration)

Stratégies transversales

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Utiliser l'outil informatique
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Respecter la rigueur de l'outil logique - Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5S UAA4</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Dérivée</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
LIER LES CONCEPTS DE PENTE, TANGENTE, TAUX D'ACCROISSEMENT, CROISSANCE ET CONCAVITÉ À L'OUTIL DÉRIVÉE
TRADUIRE GRAPHIQUEMENT DES INFORMATIONS SUR LE COMPORTEMENT D'UNE FONCTION
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION DANS DES CONTEXTES DIVERS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Apparier des graphiques de fonctions à ceux de leur dérivée première et/ou seconde
• Calculer les dérivées d'une fonction
• Déterminer l'équation de la tangente en un point du graphique d'une fonction et la représenter</td><td>Transférer
• Résoudre un problème relatif au comportement local d'une fonction
• Esquisser le graphique de la dérivée d'une fonction à partir du graphique de celle-ci et réciproquement
• Esquisser localement l'allure du graphique d'une fonction à partir d'informations sur ses dérivées première et seconde
• Synthétiser des informations sur une fonction pour la représenter</td><td rowspan="2">Taux d'accroissement
Tangente en un point du graphique d'une fonction
Nombre dérivé
Fonction dérivée
Dérivabilité d'une fonction
Lien continuité-dérivabilité
Ecriture fractionnaire d'un radical
Formules de dérivation
Règle de l'Hospital
Théorème de Rolle (sans démonstration)
Théorème des accroissements finis (sans démonstration)
Lien entre dérivée première et croissance d'une fonction
Lien entre dérivée seconde et concavité d'une fonction
Point d'inflexion, point de rebroussement et point anguleux</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Définir le nombre dérivé
• Démontrer des formules de dérivation
• Associer le comportement d'une fonction au signe de sa dérivée première et/ou seconde
• Interpréter graphiquement les énoncés des théorèmes de Rolle et des accroissements finis
• Justifier la nécessité des hypothèses des théorèmes de Rolle et des accroissements finis
• Reconnaitre les conditions d'application de la règle de l'Hospital</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Développer différentes stratégies d'optimisation
Utiliser l'outil informatique
Modéliser et résoudre un problème
Vérifier la plausibilité d'un résultat</td></tr>
</table>

Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)

5S UAA5	Unité d'acquis d'apprentissage	*Fonctions trigonométriques*

Compétences à développer

RELIER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE À CELLE DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN RÉEL
RÉINVESTIR LES ACQUIS DU CALCUL ALGÉBRIQUE ET DE L'ANALYSE DANS UN CONTEXTE TRIGONOMÉTRIQUE
MODÉLISER ET RÉSOUDRE DES PROBLÈMES À L'AIDE DE FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Processus

Appliquer

- *Calculer une amplitude d'angle, une longueur d'arc de cercle et une aire de secteur circulaire*
- *Apparier des graphiques de transformées de fonctions trigonométriques et des expressions analytiques*
- *Trouver l'expression analytique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique à partir de son graphique*
- *Tracer le graphique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique*
- *Utiliser les différentes formules usuelles pour transformer une expression*
- *Résoudre une équation trigonométrique notamment en utilisant la calculatrice*
- *Déterminer l'amplitude, la période et le déphasage et les extrémums d'une fonction trigonométrique*
- *Résoudre une inéquation utile pour des études de fonctions*

Transférer

- *Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une fonction du type* $x \to a\sin(bx+c)$
- *Vérifier une identité trigonométrique*

Connaitre

- *Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle donné, ainsi que ses nombres trigonométriques*
- *Représenter graphiquement les fonctions trigonométriques*
- *Associer graphiquement les nombres trigonométriques d'un angle et les images d'un réel par une fonction trigonométrique*
- *Interpréter le rôle des paramètres a, b et c de la fonction* $x \to a\sin(bx+c)$
- *Démontrer les formules usuelles de la trigonométrie*

Ressources

Nombre π

Angles, arcs, secteurs circulaires

Radian

Angles orientés

Fonctions trigonométriques de référence

$x \to \sin(x)$

$x \to \cos(x)$

$x \to \tan(x)$

Fonction trigonométrique $x \to a\sin(bx+c)$

Amplitude, période, déphasage

Équations et inéquations trigonométriques

Formules usuelles de la trigonométrie :

- Formules d'addition
- Formules de duplication
- Formules de Carnot
- Formules de Simpson

Stratégies transversales

Reconnaitre des phénomènes naturels périodiques
Utiliser l'outil informatique
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5S UAA6</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Géométrie vectorielle du plan et de l'espace</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
UTILISER L'OUTIL VECTORIEL POUR CALCULER ET DÉMONTRER</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Associer, dans un repère donné, un point de l'espace à sa coordonnée et réciproquement
• Construire une combinaison linéaire de vecteurs
• Calculer un produit scalaire
• Calculer l'amplitude d'un angle, la distance entre deux points, la norme d'un vecteur
• Vérifier l'orthogonalité de deux vecteurs</td><td>Transférer
• Démontrer une propriété géométrique à l'aide du calcul vectoriel ou du produit scalaire (alignement, parallélisme, orthogonalité)</td><td rowspan="2">Vecteurs coplanaires
Combinaison linéaire de vecteurs
Repère de l'espace
Composantes d'un vecteur
Produit scalaire
Propriétés du produit scalaire
Norme d'un vecteur
Vecteurs orthogonaux</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer une situation géométrique et une relation vectorielle
• Établir les liens entre les trois manières de définir le produit scalaire
• Démontrer le théorème d'Al-Kashi à l'aide du calcul vectoriel</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Stratégies transversales
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Esquisser des figures de l'espace</td></tr>
</table>

Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)

5S UAA7	Unité d'acquis d'apprentissage	*Géométrie synthétique et analytique de l'espace*

Compétences à développer

DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES EN UTILISANT DES OUTILS SYNTHÉTIQUES ET/OU ANALYTIQUES
CARACTÉRISER ANALYTIQUEMENT DES DROITES ET DES PLANS
RÉSOUDRE UN PROBLÈME GÉOMÉTRIQUE EN UTILISANT DES ÉQUATIONS DE PLANS ET DE DROITES

Processus

Appliquer

- *Déterminer des équations vectorielles, paramétriques et cartésiennes de droites et de plans.*
- *Représenter, à partir de leurs équations, des droites et des plans parallèles à un des axes du repère*
- *Déterminer l'équation d'une droite ou d'un plan à partir de sa représentation dans un repère*
- *Calculer la distance entre deux points, un point et une droite, entre un point et un plan, entre deux droites parallèles, entre deux plans parallèles, entre deux droites gauches.*
- *Rechercher l'équation d'un plan médiateur*
- *Déterminer l'intersection de trois plans, de deux droites, d'une droite et d'un plan et en déduire leurs positions relatives*

Transférer

- *Démontrer une propriété géométrique par une méthode synthétique*
- *Démontrer une propriété géométrique par une méthode analytique*
- *Discuter, en fonction d'un paramètre, l'intersection d'une droite avec une famille de plans ou d'un plan avec une famille de droites*

Connaitre

- *Identifier des droites orthogonales, des droites perpendiculaires, des plans et droites perpendiculaires dans un polyèdre*

Ressources

Point de vue synthétique
- Droites orthogonales
- Droite perpendiculaire à un plan
- Plans perpendiculaires
- Critère d'orthogonalité de deux droites
- Critère de perpendicularité d'une droite et d'un plan, de deux plans
- Construction de la perpendiculaire commune à deux droites gauches
- Distance
- Plan médiateur et propriété

Point de vue analytique
- Vecteur directeur d'une droite
- Vecteurs directeurs d'un plan
- Équations vectorielle, paramétriques, cartésiennes d'une droite
- Équations vectorielle, paramétriques, cartésiennes d'un plan
- Équation d'un plan sous forme d'un déterminant
- Propriétés du déterminant utiles à la détermination de l'équation d'un plan
- Calcul d'un déterminant par la méthode des mineurs
- Vecteur normal à un plan
- Condition de parallélisme et d'orthogonalité de deux droites
- Condition de parallélisme et de perpendicularité de deux plans
- Condition de parallélisme et de perpendicularité d'une droite et d'un plan
- Distance entre deux points, entre un point et un plan

Stratégies transversales

Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Mobiliser l'outil algébrique
Utiliser l'outil informatique
Esquisser des figures de l'espace

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
UTILISER LE CALCUL DES PROBABILITÉS POUR COMPRENDRE DES PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES DE LA VIE COURANTE, POUR ANALYSER ET CRITIQUER DES INFORMATIONS CHIFFRÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Utiliser des simulations faites avec un outil informatique ou des données statistiques pour calculer des probabilités a posteriori
• Utiliser des tableaux, des diagrammes, des arbres ou des formules de combinatoire pour calculer une probabilité a priori, y compris conditionnelle
• Vérifier si deux événements donnés sont dépendants ou indépendants
• Appliquer le binôme de Newton</td><td>Transférer
• Résoudre un problème de probabilité en utilisant une simulation informatique
• Résoudre un problème de probabilité en utilisant une méthode de dénombrement
• Utiliser le calcul des probabilités pour comprendre la portée d'informations chiffrées, les analyser et les critiquer y compris dans le cadre de jeux de hasard</td><td rowspan="2">Outils d'appropriation et de calcul de probabilités
- arbre
- diagramme de Venn
- simulation
- tableau
- analyse combinatoire :
• arrangements avec et sans répétition
• combinaisons avec et sans répétition
• permutations avec et sans répétition
Triangle de Pascal avec propriétés
Binôme de Newton
Expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements
Probabilité d'un événement
Propriétés des probabilités
Probabilité conditionnelle
Événements indépendants</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Établir les formules permettant de calculer un arrangement, une combinaison, une permutation
• Écrire les premières lignes du triangle de Pascal et faire le lien avec les coefficients binomiaux
• Démontrer la formule de symétrie, la formule de Pascal
• Extraire d'un arbre donné la probabilité d'un événement
• Identifier l'événement associé à une probabilité donnée à partir d'un arbre, d'un diagramme, d'un tableau
• Identifier « expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements » dans un énoncé</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
Développer l'esprit critique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Lois de probabilités</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DÉTERMINER UNE PROBABILITÉ DANS UN CONTEXTE DONNÉ EN UTILISANT LES LOIS BINOMIALES ET NORMALES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer une probabilité dans un contexte qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale
• Déterminer l'ensemble des valeurs de la variable correspondant à une probabilité donnée</td><td>Transférer
• Modéliser une situation concrète par une loi de probabilité
• Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale</td><td rowspan="2">Variable aléatoire
Espérance mathématique
Ecart-type
Distribution de probabilité
Fonction de répartition
Loi binomiale
Épreuve et schéma de Bernoulli
Espérance mathématique et écart-type
Distribution de probabilité
Loi uniforme
Espérance mathématique et écart-type
Loi normale
Espérance mathématique et écart-type
Graphique de la distribution de probabilité
Table de la loi normale et outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer une loi de probabilité à un contexte donné et identifier ses paramètres
• Interpréter graphiquement une probabilité dans le cas de la loi normale
• Associer les concepts de statistique à ceux de probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Lire et utiliser une table
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Intégrale</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer:
CONCEVOIR L'INTÉGRALE COMME UNE SOMME INFINIE D'ÉLÉMENTS DE MESURE NULLE
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES À L'AIDE DU CALCUL INTÉGRAL</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Approximer une aire par une somme d'aires élémentaires à l'aide de l'outil informatique
• Déterminer une primitive
• Calculer une intégrale définie
• Calculer la mesure d'une longueur, d'une aire, d'un volume</td><td>Transférer
• Résoudre un problème en utilisant le calcul intégral</td><td rowspan="2">Encadrement d'une longueur, d'une aire, d'un volume
Intégrale définie
Théorème de la moyenne
Théorème fondamental
Primitives
Calcul de l'intégrale définie par une primitive
Méthode d'intégration par changement de variable ou substitution
Méthode d'intégration par parties
Aire d'une surface plane
Volume d'un solide de révolution
Longueur d'un arc</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Justifier les étapes de la démonstration reliant l'intégrale indéfinie et la dérivée
• Justifier les étapes de la démonstration reliant l'intégrale définie et une primitive
• Écrire les intégrales correspondant à une situation graphique donnée</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat</td></tr>
</table>

Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année[6])

6S UAA4	Unité d'acquis d'apprentissage	*Fonctions exponentielles et logarithmes*

Compétences à développer

MODÉLISER UN PHÉNOMÈNE PAR UNE FONCTION EXPONENTIELLE OU PAR UNE FONCTION LOGARITHME
MAITRISER DIFFÉRENTS MODÈLES DE CROISSANCE
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES ISSUS DE DIFFÉRENTS CONTEXTES

Processus

Appliquer

- *Résoudre une équation exponentielle ou logarithmique*
- *Résoudre une inéquation exponentielle ou logarithmique*
- *Calculer des limites et des dérivées de fonctions exponentielles et logarithmes*
- *Utiliser un repère en coordonnées (semi-) logarithmiques*

Transférer

- *Résoudre un problème nécessitant le recours à des fonctions exponentielles, logarithmes, puissances*
- *Résoudre un problème nécessitant le recours à des équations ou inéquations exponentielles ou logarithmiques*
- *Ajuster un nuage de points par une fonction exponentielle ou logarithme*

Connaitre

- *Démontrer les propriétés des fonctions logarithmes*
- *Comparer les modes de croissance des fonctions exponentielles, logarithmes et puissances sur* IR_0^+
- *Justifier les étapes de résolution d'une équation exponentielle ou logarithmiques*
- *Justifier les étapes de résolution d'une inéquation exponentielle ou logarithmique*

Ressources

Fonctions exponentielles
Fonctions logarithmes
Relation de réciprocité des fonctions exponentielles et logarithmes
Nombre *e*
Fonction exponentielle et fonction logarithme de base *e*
Equations et inéquations exponentielles
Equations et inéquations logarithmiques
Limites et dérivées des fonctions exponentielles et logarithmes
Étude de la fonction $x \to e^{-x^2}$
Coordonnées (semi-) logarithmiques

Stratégies transversales

Utiliser l'outil informatique
Reconnaitre dans des phénomènes naturels différents types de croissance
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation

[6] Les fonctions seront vues au premier trimestre afin d'assurer un prérequis des cours de sciences

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA5</td><td>Unité d’acquis d’apprentissage</td><td>Fonctions réciproques et cyclométriques</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RECONNAITRE ET ÉTABLIR DES LIENS DE RÉCIPROCITÉ ENTRE DES FONCTIONS
S’APPROPRIER LES FONCTIONS CYCLOMÉTRIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Vérifier si une fonction donnée est injective, surjective, bijective
• Calculer le domaine et la dérivée de fonctions cyclométriques</td><td>Transférer
• Choisir si nécessaire une restriction d’une fonction donnée, en déterminer la réciproque et représenter ces deux fonctions sur un même graphique
• Apparier des graphiques et des expressions analytiques de fonctions cyclométriques</td><td rowspan="2">Injection, surjection, bijection
Réciproque d’une fonction
Lien entre les graphiques de fonctions réciproques
Lien entre les dérivées de fonctions réciproques
Fonctions cyclométriques</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaître
• Interpréter une fonction réciproque comme processus inversant une suite d’opérations
• Tracer le graphique des fonctions cyclométriques
• Établir les dérivées des fonctions cyclométriques</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l’outil informatique
Respecter la rigueur de l’outil logique
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA6</td><td>Unité d’acquis d’apprentissage</td><td>Lieux géométriques</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DÉTERMINER L’ÉQUATION D’UN LIEU GÉOMÉTRIQUE ET EN DÉTERMINER LA NATURE
RÉSOUDRE UN PROBLÈME QUI SE DÉFINIT PAR UN LIEU GÉOMÉTRIQUE</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer l’équation d’une conique
• Déterminer les éléments caractéristiques d’une conique
• Rechercher l’équation d’une tangente à une conique
• Tracer une conique (aux instruments et à l’aide d’un logiciel)</td><td>Transférer
• Déterminer l’équation d’un lieu, l’interpréter et le représenter
• Résoudre un problème lié aux coniques</td><td rowspan="2">Méthode de traduction d’un lieu défini à partir d’une propriété métrique
Méthode de recherche d’un lieu défini par des génératrices
Intersection d’un cône et d’un plan
Définition, construction et équation d’une ellipse, d’une hyperbole et d’une parabole d’axes de symétrie parallèles aux axes du repère
Définition unifocale d’une conique et cohérence entre les définitions
Éléments caractéristiques d’une conique
Effet d’une translation sur l’équation d’une conique
Propriétés optiques des coniques</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Identifier une conique d’après son équation
• Identifier les éléments caractéristiques d’une conique
• Illustrer et décrire les propriétés optiques des coniques</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Utiliser des logiciels de géométrie dynamique
Situer les apports mathématiques dans l’histoire et dans les différentes cultures
Mobiliser dans d’autres disciplines les concepts installés
Mobiliser l’outil algébrique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA7</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Nombres complexes</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
UTILISER LES NOMBRES COMPLEXES POUR DÉMONTRER OU OBTENIR DES RÉSULTATS</td></tr>
<tr><td colspan="2">Processus</td><td>Ressources</td></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer dans □
• Convertir la représentation trigonométrique d'un nombre complexe en sa représentation algébrique et réciproquement
• Résoudre une équation dans □
• Rechercher les racines nièmes d'un nombre complexe et les représenter dans le plan de Gauss</td><td>Transférer
• Démontrer une propriété géométrique à l'aide des nombres complexes</td><td rowspan="2">Représentations algébrique et trigonométrique d'un nombre complexe
Conjugué, module et argument d'un nombre complexe
Opérations dans l'ensemble C des nombres complexes
Plan de Gauss
Formule de De Moivre</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaître
• Interpréter géométriquement les opérations dans |
• Mettre en relation les deux représentations d'un nombre complexe
• Illustrer graphiquement les parties réelle et imaginaire, le module, l'argument, le conjugué d'un nombre complexe</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Mobiliser l'outil algébrique
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés</td></tr>
</table>

Annexe I

Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques

HUMANITES GÉNÉRALES ET TECHNOLOGIQUES

Vu pour être annexé à l'arrêté du Gouvernement de la Communauté française déterminant les compétences terminales et savoirs requis à l'issue de la section de transition des humanités générales et technologiques en mathématiques, en sciences de base et en sciences générales et déterminant les compétences terminales et savoirs communs à l'issue de la section de qualification des humanités techniques et professionnelles en éducation scientifique, en français, sciences économiques et sociales ainsi qu'en sciences humaines du 16 janvier 2014.

Fait à Bruxelles, le 16 janvier 2014.

Le Ministre-Président,

Rudy DEMOTTE

La Ministre de l'Enseignement obligatoire et de promotion sociale,

Marie-Martine SCHYNS

CORPUS

CORPUS

AVERTISSEMENT

Le présent programme est d'application au 3e degré de l'enseignement secondaire général et technique de transition selon le schéma suivant :

- à partir du 1er septembre 2018 pour la 5e année,
- à partir du 1er septembre 2019 pour l'ensemble des deux années.

Il abroge et remplace le programme 40/2000/240.

Ce programme est disponible à la consultation et au téléchargement sur www.wallonie-bruxelles-enseignement.be »

TABLES DES MATIÈRES

INTRODUCTION DISCIPLINAIRE

1. Présentation de la discipline

Les mathématiques contribuent à la formation intellectuelle, sociale et culturelle de l'individu. Elles ont pour but de donner à l'élève les outils nécessaires à la poursuite de ses études et à son intégration en tant que citoyen dans la société.

La diversité des situations que les mathématiques permettent d'étudier montrent leur implication dans de nombreux domaines tels que les sciences, l'ingénierie, les médias, le développement des nouvelles technologies, l'écologie, …

L'algèbre et l'analyse fournissent les outils pour traiter des problèmes de modélisation, la géométrie permet d'interpréter les figures du plan et les solides de l'espace, les probabilités et statistiques servent à appréhender les phénomènes aléatoires.

La résolution de situations problèmes représente l'essentiel de l'activité mathématique. Il convient donc d'apprendre à l'élève à analyser la situation et à choisir les outils nécessaires à sa résolution ainsi qu'à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche. Ce faisant l'élève mettra à profit sa créativité, son esprit d'initiative ainsi que son esprit critique.

2. Guide de lecture du programme

Les programmes sont construits à partir du référentiel « Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques » des Humanités Générales et Technologiques. Ils respectent le découpage en « Unités d'Acquis d'Apprentissage (UAA) ».

Le concept « d'Unités d'Acquis d'Apprentissage » permet d'organiser des ensembles cohérents, finalisés et évaluables en fonction de l'histoire et de la didactique de la discipline scolaire. L'expression « acquis d'apprentissage » désigne ce qu'un élève sait, comprend et est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage.

Chaque UAA du programme est développée selon le schéma suivant.

2.1 Compétences à développer

Une ou plusieurs compétences sont visées dans chaque UAA. Elles donnent l'orientation générale de l'UAA concernée, et déterminent les ressources et processus qui seront mis en œuvre lors des activités d'apprentissage et d'évaluation.

2.2 Objectifs et balises

Les *objectifs et balises* exposent les buts poursuivis dans l'apprentissage des contenus et dans la mise en œuvre des processus de l'UAA. Ils précisent le domaine d'applicabilité de certaines ressources mais fixent également les limites à ne pas dépasser.

2.3 Contexte

Le *contexte* établit les liens entre les apprentissages des années antérieures, ceux de l'année en cours ainsi que ceux des années qui suivent montrant ainsi une continuité et une progression spiralaire dans les apprentissages. Les liens entre les UAA sont ainsi mis en évidence.

2.4 Situation d'apprentissage

La *situation d'apprentissage* décrit le dispositif mis en place pour l'apprentissage.

a. Le cadre formel

On y propose une estimation du nombre de périodes à consacrer à cette UAA et son éventuel découpage en plusieurs séquences pédagogiques. Il y est rappelé que l'évaluation revêt plusieurs formes.

L'évaluation formative fait partie intégrante de l'apprentissage, elle permet d'apprécier les progrès de l'élève, de comprendre la nature de ses difficultés ; elle fournit à l'enseignant des informations lui permettant de réajuster ses méthodes d'enseignement et de proposer des remédiations. Partant de l'idée « on apprend de ses erreurs », l'erreur peut devenir constructive et permettre d'engager un processus d'analyse et de progression.
La formation mathématique contribue ainsi à développer une meilleure estime de soi chez l'élève.

L'évaluation sommative, envisagée en fin de séquence ou d'UAA, établit un bilan des acquis d'apprentissage. Les trois processus (connaitre, appliquer, transférer) devront être pris en compte dans l'élaboration des questionnaires d'évaluation sommative. Ceux-ci seront en adéquation avec les activités proposées en apprentissage. Cependant, évaluer une UAA ne signifie pas évaluer tous les processus de cette UAA.

b. La rubrique points d'ancrage

La rubrique *points d'ancrage* propose quelques situations d'introduction afin de provoquer une réflexion de la part des élèves ainsi qu'une motivation pour aborder différentes notions et ressources qui s'y rapportent.

c. Le volet stratégies pédagogiques

On y retrouve un ensemble d'aptitudes et démarches à développer chez l'élève ainsi que des conseils pédagogiques à destination des enseignants.

2.5 Orientations méthodologiques

La partie *orientations méthodologiques* reprend les ressources, les processus et les stratégies transversales du référentiel. Lorsque des informations, précisions et conseils sont nécessaires, ceux-ci sont explicitement détaillés.

La pondération proposée, à titre indicatif, pour l'évaluation des processus a été établie en fonction des items repris sous les processus « connaitre, appliquer et transférer ».

À PROPOS DES RESSOURCES

La liste des ressources du référentiel a été intégralement reprise. Elle détaille les nouveaux savoirs et savoir-faire à installer et à entrainer chez l'élève en vue d'acquérir les compétences visées dans l'UAA.

Des commentaires, précisions et conseils pédagogiques sont développés en regard de la colonne des ressources. Ils précisent les savoirs et savoir-faire, les notations à employer ainsi que les liens entre différentes notions. Ils complètent parfois les ressources afin d'assurer plus de cohérence à l'ensemble.

À PROPOS DES PROCESSUS

a. Connaitre = Construire et expliciter des ressources

Les questions reprises dans le processus « *connaitre* » demandent à l'élève d'expliciter des savoirs, de justifier les conditions dans lesquelles ceux-ci peuvent être mobilisés, de développer sa pensée afin d'attester de la bonne compréhension d'une démarche, de développer ainsi un niveau « méta ». L'élève doit savoir « *quand, pourquoi, comment utiliser tel savoir (concept, modèle, théorie…) ou tel savoir-faire (procédure, démarche, stratégie…)* ».[1]

Cela ne signifie nullement que les définitions ou théorèmes ne doivent plus être connus mais qu'en fin d'apprentissage l'élève perçoive les savoirs comme outils mobilisables pour résoudre des tâches. Par exemple, l'élève doit pouvoir déterminer dans quel cadre une définition est valide, repérer les hypothèses des théorèmes employés, choisir une propriété ou un théorème pour justifier une construction ou les étapes d'un calcul, généraliser une règle ou une propriété…

b. Appliquer = Mobiliser des acquis dans le traitement de situations entrainées

Les tâches d'application constituent un lien entre les savoirs et la résolution de problèmes. L'élève doit appliquer un ensemble de procédures et d'outils afin de développer des automatismes nécessaires à la résolution de tâches de transfert.

La consigne d'une question du type « *appliquer* » permet à l'élève d'identifier aisément la procédure à mettre en œuvre pour résoudre la tâche proposée,

---

[1] Compétences terminales HGT p3.

néanmoins la compétence d'analyse de la consigne reste importante. Par exemple, l'élève doit résoudre une équation ou vérifier des solutions, réaliser un tableau d'amortissement d'un prêt, apparier des graphiques et des informations mathématiques ou textuelles, réaliser un graphique soumis à certaines conditions…

c. Transférer = Mobiliser des acquis dans le traitement de situations nouvelles

Les tâches ou productions qui sont de l'ordre de l'application ou de l'ordre du transfert, se distinguent tant par la variabilité des paramètres (recontextualisation, capacité d'assembler diverses ressources ou d'ajuster un modèle, une procédure, une stratégie) que par le degré d'autonomie attendu de l'élève.

Dans le processus « *transférer* », la stratégie à mettre en œuvre pour effectuer une tâche n'est pas précisée. L'élève doit analyser la tâche proposée, dégager les informations utiles et choisir les outils (procédures, théorèmes, propriétés…) qui lui seront nécessaires, construire son raisonnement et formuler sa réponse par une phrase correctement rédigée.

Ce processus doit être entrainé en classe par la résolution de problèmes divers, ensuite, grâce à la liberté laissée à chacun, l'élève pourra développer progressivement ses qualités d'initiative et d'autonomie. Ce faisant, il apprendra à identifier des classes de problèmes et à choisir les outils pour les résoudre.

Le choix des tâches est important ; en effet, elles ne doivent pas véhiculer l'idée que ce sont nécessairement des tâches compliquées réservées aux meilleurs ! De plus, une tâche qui relève du transfert à un moment de l'apprentissage peut devenir une tâche d'application lorsque l'élève aura développé des automatismes.

À PROPOS DES STRATÉGIES TRANSVERSALES

Les stratégies transversales pointent les liens qui existent entre les disciplines ou au sein même de la discipline.

En effet, il importe de situer quelques grands mathématiciens dans l'Histoire, en les replaçant dans le contexte scientifique et technologique de leur époque. Il importe également de faire percevoir les liens qui existent entre les mathématiques et les arts, les sciences, les technologies, l'économie, les sciences humaines et l'environnement.

L'apprentissage du raisonnement, de la justification, de la démonstration et de l'argumentation en mathématiques développe des compétences indispensables dans une vie de citoyen responsable, notamment l'esprit critique et la démarche scientifique. Ces compétences seront exercées, par exemple, en structurant un raisonnement, en comparant diverses méthodes de résolutions, en testant les limites d'un modèle, en jugeant de la pertinence d'informations…

La communication en mathématiques exige d'employer les termes exacts, de faire preuve de rigueur et de s'exprimer clairement, tant au niveau du langage que des symboles spécifiques. Ces compétences seront exercées, par exemple, lors de la formulation d'une conjecture, de la production d'un dessin ou graphique clairement annotés, de la traduction du langage mathématique en un langage usuel et réciproquement, de la présentation structurée des données, des arguments, des solutions…

3. La planification des UAA

Le programme n'est pas un plan de matières, aucun ordre n'est imposé dans l'enseignement des UAA, mais il va de soi que certaines représentent des préalables à d'autres.
L'estimation du nombre de périodes proposée à titre indicatif tient compte des évaluations et des périodes de remédiations nécessaires.

Deuxième degré

Première année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
3UAA1	Figures isométriques et figures semblables	22– 26
3UAA2	Triangle rectangle	22 - 26
3UAA3	Approche graphique d'une fonction	8 – 10
3UAA4	Fonction du premier degré	14 – 16
3UAA5	Outils algébriques	48 – 52
Deuxième année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
4UAA1	Statistique descriptive	18 – 22
4UAA2	Géométrie dans l'espace	22 – 26
4UAA3	Trigonométrie	14 – 16
4UAA4	Fonctions de référence	16 – 20
4UAA5	Deuxième degré	22 – 26
4UAA6	Géométrie analytique plane	22 – 26

Troisième degré : mathématiques de base

Première année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
5BUAA1	Statistique à deux variables	13 – 15
5BUAA2	Suites	20 – 24
5BUAA3	Modèles de croissance	17 – 19

Deuxième année du degré		Estimation du nombre de périodes
6BUAA1	Probabilité	17 – 19
6BUAA2	Lois de probabilités	17 – 19
6BUAA3	Géométrie	17 – 19

Troisième degré : mathématiques générales

Première année du degré		Estimation du nombre de périodes
5GUAA1	Statistique à deux variables	11 – 13
5GUAA2	Suites	15 – 17
5GUAA3	Asymptotes, limites	26 – 30
5GUAA4	Dérivée	26 – 30
5GUAA5	Fonctions trigonométriques	16 – 20
Deuxième année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
6GUAA1	Probabilité	15 – 17
6GUAA2	Lois de probabilités	15 – 17
6GUAA3	Intégrale	28 – 32
6GUAA4	Fonctions exponentielles et logarithmes	20 – 24
6GUAA5	Géométrie analytique de l'espace	20 – 24

Troisième degré : mathématiques pour scientifiques

Première année du degré		Estimation du nombre de périodes
5SUAA1	Statistique à deux variables	10 – 12
5SUAA2	Suites	14 – 16
5SUAA3	Asymptotes, limites et continuité	28 – 32
5SUAA4	Dérivée	32 – 36
5SUAA5	Fonctions trigonométriques	24 – 28
5SUAA6	Géométrie vectorielle du plan et de l'espace	14 – 16
5SUAA7	Géométrique analytique et synthétique de l'espace	28 – 32

Deuxième année du degré		Estimation du nombre de périodes
6SUAA1	Probabilité	17 – 19
6SUAA2	Lois de probabilités	15 – 17
6SUAA3	Intégrale	34 – 38
6SUAA4	Fonctions exponentielles et logarithmes	22 – 26
6SUAA5	Fonctions réciproques et cyclométriques	11 – 13
6SUAA6	Lieux géométriques	22 – 26
6SUAA7	Nombres complexes	15 – 17

4. L’outil informatique

Les outils informatiques tels que logiciels, didacticiels et calculatrices graphiques aident l’enseignant à « représenter les mathématiques », à illustrer rapidement et efficacement un savoir ou un concept rendant la perception des mathématiques plus aisée. Cependant, il ne lui suffit pas de montrer ces outils mais de les intégrer dans ses cours afin de favoriser la discussion en classe, de repousser les limites des situations proposées et de se focaliser sur le raisonnement.

L’utilisation de ces outils par l’élève lui permet d’émettre des conjectures, de valider et de généraliser des propriétés
D’autre part, lors de la résolution de problèmes, la dévolution des calculs techniques à un outil informatique réduit le temps consacré à ceux-ci autorisant l’élève à se concentrer sur la réflexion et la construction d’une méthode de résolution. La technique étant prise en charge par l’outil informatique, il n'y a plus de frein à l'investigation.

Il est donc essentiel que les enseignants bénéficient de ce type d’outils.

5. La place de la résolution de problèmes

La compréhension et l’appropriation des notions mathématiques dépendent de l’activité de l’élève lors de situations créant problème. C’est alors qu’ils mobilisent des outils ou des techniques acquises, qu’ils élaborent de nouvelles stratégies et élargissent le champ de leurs connaissances.

Ces nouveaux programmes accordent beaucoup d’importance aux savoirs actifs et à la résolution de problèmes ; ils proposent donc un cadre propice à l’acquisition de compétences en mathématiques.

5GUAA1 - Statistique à deux variables

Compétences à développer

DIFFÉRENCIER CAUSALITÉ ET CORRÉLATION

ÉTUDIER LA PERTINENCE DE L'AJUSTEMENT DES DONNÉES À UN MODÈLE LINÉAIRE À PARTIR DE RELEVÉS STATISTIQUES OU D'EXPÉRIMENTATIONS SCIENTIFIQUES

1. Objectif et balises

1.1 Objectifs

Dans le cadre d'une formation de citoyen responsable, nos élèves doivent être capables de lire, comprendre, commenter et critiquer toute information à caractère statistique.

La représentation par un nuage de points de données relatives à deux variables statistiques concernant une même population peut suggérer l'existence d'une relation entre celles-ci. Cette UAA a pour but de modéliser le lien entre les deux variables sous la forme d'une relation linéaire et de mesurer la pertinence d'une telle relation par le calcul d'un nombre, le coefficient de corrélation.

Corrélation ne signifiant pas causalité, il est impératif de proposer des exemples qui illustrent cette différence de sens.

1.2 Balises

Le but n'est pas de passer trop de temps à la recherche de l'équation d'une droite des moindres carrés, les calculs seront avantageusement délégués à l'outil informatique.

Il est indispensable de tirer des conclusions, commenter ou critiquer les résultats obtenus et, en aucun cas, il ne faut se limiter à effectuer des calculs sans but.

2. Contexte

Prérequis

4UAA1 - Statistique descriptive

4UAA6 - Géométrie analytique plane

5GUAA1 - Statistique à deux variables

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 11 à 13 périodes de cours. Il n'est pas nécessaire de la diviser en plusieurs séquences pédagogiques. Une évaluation sommative sera envisagée en fin d'UAA.
Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'outil informatique doit être utilisé par l'enseignant à des fins de présentation et les élèves s'en servent pour effectuer les calculs fastidieux.

3.2 Points d'ancrage

Les exemples qui suivent ont pour but d'amener les élèves à se questionner avant d'aborder différentes notions et ressources nouvelles. L'idée étant de mettre le problème dans les mains des élèves et d'éviter l'enseignement frontal le plus souvent possible.

a) A partir de données trouvées dans des études médicales, dans des expériences des cours de sciences, dans des observations à caractère temporel… ou obtenus par des sondages, les élèves représenteront le nuage de points qui traduit la situation et proposeront une méthode pour déterminer une droite qui semble « s'ajuster » à ce nuage.

Les différentes méthodes proposées seront critiquées, ce qui débouchera sur la nécessité de déterminer une méthode moins arbitraire.

b) Pour introduire la distinction entre les notions de causalité et de corrélation, fréquemment confondues, des exemples tels que celui décrit ci-dessous amèneront la réflexion.

   Exemple : Une étude statistique a montré une corrélation positive entre l'utilisation de crème solaire et le risque de cancer de la peau. Des journalistes ont conclu à la nocivité de la crème solaire. Est-ce exact ? ("utilisation de crème solaire" et "cancer de la peau" ne sont que la conséquence d'une cause commune : l'exposition au soleil).

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de l'UAA, l'enseignant entrainera les élèves à :

- décider du bien-fondé de la recherche d'un ajustement linéaire d'après l'allure du nuage de points ;
- expliquer en quoi consiste le principe des moindres carrés ;
- décrire les étapes nécessaires pour trouver l'équation d'une droite de Mayer ou d'une droite des moindres carrés ;
- effectuer les calculs utiles pour établir l'équation d'une droite de Mayer, d'une droite des moindres carrés ;
- calculer un coefficient de corrélation et juger de la pertinence de l'ajustement ;
- apparier des nuages de points, des équations de droites de régression et des coefficients de corrélation ;
- utiliser à bon escient l'outil informatique.

L'enseignant veillera à exploiter les ajustements obtenus en interprétant les résultats dans leur contexte.

L'enseignant présentera aux élèves quelques situations dans lesquelles la corrélation, si elle est avérée, n'implique pas automatiquement la causalité. Le cas échéant, il les amènera à déterminer une cause commune à cette corrélation.

L'utilisation de l'outil informatique (calculatrice, tableur) peut se faire, dans un premier temps, sans utiliser les fonctions programmées de l'outil pour habituer les élèves à maitriser les formules. Dans des problèmes plus complexes, on utilisera toutes les fonctions statistiques de l'outil afin que l'élève reste concentré sur l'essentiel de la tâche et ne se disperse dans des calculs laborieux.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Représentation d'une série statistique à deux variables	Autant que possible, il est conseillé de choisir des séries quantitatives plausibles et de rencontrer des représentations variées, pas uniquement des séries à « tendance » linéaire. De même, il est important d'attirer l'attention sur l'échelle et sur la fenêtre de lecture du graphique.
Point moyen	A l'occasion du calcul de la coordonnée du point moyen, la notion de moyenne vue dans la 4UAA1 est réactivée.
Ajustement linéaire	Discuter le bien fondé d'un ajustement linéaire permet d'introduire les méthodes d'ajustement. L'intérêt de l'ajustement est le calcul de valeurs par extrapolation et, dans une moindre mesure, par interpolation. Dans le cas de l'extrapolation, il est nécessaire d'apprendre aux élèves à faire preuve d'esprit critique.
Méthodes de Mayer et des moindres carrés	Afin de faciliter la compréhension et limiter les développements, ces différentes méthodes seront exposées à partir d'une série limitée (pas trop de points). Avec un tableur, un logiciel ou une calculatrice, il est possible d'illustrer que la droite des moindres carrés minimise la somme des carrés des écarts. L'appartenance du point moyen aux droites de Mayer et des moindres carrés doit être vérifiée, voire justifiée. Les formules des coefficients de la droite des moindres carrés ne seront pas démontrées mais doivent s'utiliser à partir d'un formulaire dans la résolution d'exercices. On précisera que dans le cas des séries temporelles (ou chronologiques), la droite de régression s'appelle alors droite de tendance.

Covariance	La covariance généralise à deux variables la notion de variance; sa division par le produit des écarts-types des deux variables (normalisation de la covariance) définit le coefficient de corrélation.
Coefficient de corrélation linéaire	Il est souhaitable de rencontrer suffisamment de situations proposant des valeurs différentes du coefficient de corrélation. On attirera l'attention sur l'adéquation de la droite de régression au nuage de points en fonction de la valeur de ce coefficient. Dans un premier temps, le calcul sera réalisé manuellement pour un petit nombre de valeurs. Ensuite, pour traiter un nombre important de données, le calcul du coefficient de corrélation se fera par implémentation de la formule (avec formulaire) dans un tableur ou par l'usage direct d'une fonction statistique de l'outil informatique : ces deux méthodes doivent être envisagées.
Distinction entre causalité et corrélation.	Cette distinction est mise en évidence par le choix d'exemples variés et pertinents.
Fonctions statistiques et graphiques de l'outil informatique	L'utilisation de quelques fonctions du tableur (« copier-coller » d'une formule) et des fonctions statistiques de base propres à cette UAA (covariance, droite de régression, coefficient de corrélation, de détermination …) est requise et doit être enseignée.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Connaitre	Commentaires
Expliquer l'intérêt d'un ajustement	
Expliquer par un exemple la différence entre causalité et corrélation	Il convient de questionner l'élève à partir de différents exemples pour lesquels il est possible d'expliquer l'éventuelle causalité.
Associer nuages de points et coefficients de corrélation	L'élève doit apparier des représentations graphiques de nuages de points et des valeurs de coefficient de corrélation données.
Expliquer le principe de la méthode des moindres carrés	L'élève doit exposer cette méthode à l'aide d'un graphique.

Appliquer	
Déterminer l'équation d'une droite de Mayer	
Calculer un coefficient de corrélation	L'élève ne doit pas mémoriser les formules mais les utiliser à partir d'un formulaire.
Déterminer l'équation d'une droite de régression par la méthode des moindres carrés	
Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer un ajustement linéaire et un coefficient de corrélation.	
Calculer une valeur théorique correspondant à un ajustement linéaire	Il s'agit de demander à l'élève de calculer une valeur à partir du modèle trouvé pour la comparer à la valeur expérimentale correspondante ou pour prévoir un résultat par interpolation ou extrapolation. Pour l'extrapolation, l'estimation se fera en une valeur proche des données.
Transférer	
Critiquer et commenter des informations présentées ou calculées	L'élève discutera de la pertinence d'un ajustement linéaire, de son intérêt et de ses limites ainsi que de la signification des résultats obtenus.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Développer l'esprit critique, interpréter un résultat dans son contexte, modéliser et comprendre les limites d'une modélisation : porter son attention sur la pertinence de l'étude, son contexte, la représentativité de l'échantillon…

Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation de résultats : présenter un travail personnel, propre et bien structuré décrivant une étude statistique à l'aide d'un tableur.

Décoder des informations statistiques issues de divers contextes : les exemples traités seront puisés de préférence dans les medias, dans les cours de sciences ou sciences sociales, afin d'apporter du sens à l'étude de la statistique.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage	20%	60%	20%

5GUAA2 - Suites

Compétences à développer

MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DES SUITES DANS DES SITUATIONS VARIÉES

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Cette UAA vise à familiariser les élèves avec la notion de suites et leurs propriétés, à les exploiter lors de résolution de problèmes "pratiques". Les suites seront utilisées ultérieurement pour l'encadrement du nombre π, pour le calcul intégral, éventuellement pour l'introduction des fonctions exponentielles.

L'utilisation des notations indicées, introduite brièvement en statistiques (4UAA1 et 5GUAA1), devra être approfondie.

On montrera l'utilité des suites arithmétiques et géométriques en algèbre financière, et on comparera alors les types de croissances linéaire et exponentielle.

1.2 Balises

Le but de l'UAA n'est pas de développer des calculs techniques mais de privilégier les calculs utiles dans l'algèbre financière, les problèmes à caractère géométrique, les applications en physique….

En algèbre financière, il n'est pas recommandé de faire mémoriser les formules, mais d'apprendre aux élèves à utiliser un formulaire et l'outil informatique.

2. Contexte

Prérequis

3UAA5 - Oultils algébriques

5GUAA2 - Suites

Prolongements

5GUAA3 - Asymptotes et limites

5GUAA5 - Fonctions trigonométriques

6GUAA3 - Intégrale

6GUAA4 - Fonctions exponentielles

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 15 à 17 périodes de cours. Il peut être envisagé de la diviser en deux séquences pédagogiques. La première traiterait des suites arithmétiques et géométriques, la seconde se focaliserait sur l'algèbre financière. Chacune de ces séquences sera suivie d'une évaluation sommative.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Leurs questions seront inspirées par les différents items repris dans les processus et les ressources. Elles doivent interroger également sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

Le tableur étant l'outil idéal pour appliquer la récurrence, l'enseignant ne peut pas manquer d'en expliquer l'usage aux élèves et de les habituer à l'exploiter, notamment pour résoudre des problèmes d'algèbre financière.

3.2 Points d'ancrage

Les notions de suite, de limite de suite et somme de termes d'une suite peuvent être amenées et construites par les élèves sur des exemples simples et paradoxaux tels que ceux qui suivent :

a) déterminer le nombre d'ancêtres de la $6^{\text{ième}}$ génération, $10^{\text{ème}}$, $n^{\text{ième}}$ dans un arbre généalogique. La population mondiale serait-elle décroissante ?

b) rechercher la hauteur acquise par pliages successifs d'une feuille de papier en deux (puissances de 2).

c) la formule permettant d'approcher la racine carrée positive d'un réel ***a*** positif à partir de $x_n = \frac{1}{2}\left(x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}}\right)$ (x_0 étant un naturel non nul quelconque) est connue depuis environ 4000 ans. A l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice, rechercher la racine carrée de quelques nombres.

d) des publicités proposent l'achat d'une première pièce d'une maquette à un prix dérisoire, tandis que le prix (identique) des suivantes est nettement plus élevé. Calculer la somme déboursée après un achat de 2, 3, … ***n*** pièces nécessaires à la construction de l'avion, du squelette, ou tout autre objet vendu en pièces détachées.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de cette UAA, l'enseignant insistera sur :

- la distinction entre l'indice d'un terme d'une suite et sa valeur ;
- les différents types de suites, types de croissance (exponentielle, linéaire...) ;
- la (non)convergence d'une suite ;

Il habituera également les élèves à :

- décoder les informations contenues dans un énoncé ;
- identifier le type de suite par utilisation d'un critère ;
- identifier terme, rang du terme, raison d'une suite ;
- être très rigoureux dans l'écriture indicée (par exemple : $u_{n+1} \neq u_n+1$) ;
- utiliser le bon sens pour décoder le formalisme ;
- introduire une formule, effectuer un « copier-coller » d'une formule, fixer l'adresse d'une cellule… dans un tableur ;
- utiliser l'outil informatique dans le cadre de problèmes d'algèbre financière (construire un tableau d'amortissement).

Lors de la résolution de problèmes, il précisera que le calcul de la durée d'un placement par approximations successives n'est qu'une valeur approchée d'une valeur exacte fournie par la fonction logarithme de la calculatrice.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Suites Définition en fonction du rang Définition par récurrence	On expliquera l'importance du choix de l'indice du premier terme (u_0 ou u_1). Les suites définies par récurrence étudiées mettront en relation un terme et celui qui le précède. Cependant, on pourra introduire la suite de Fibonacci pour son caractère historique. Les suites seront représentées soit sur la droite réelle, soit dans le plan comme une fonction définie sur IN.
Suites arithmétiques, suites géométriques Terme général Type de croissance Convergence Somme des *n* premiers termes	Les suites seront décrites par les formules liant termes et raison. Leur type de croissance (linéaire ou exponentielle) sera relevé. On observera le comportement de ces différentes suites et on insistera sur le cas de convergence des suites géométriques. On établira les formules de la somme de *n* termes consécutifs d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique, en particulier la somme des *n* premiers naturels. On mettra en évidence la convergence de la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique de raison strictement comprise entre -1 et 1.
Intérêts simples, intérêts composés	Les notions de taux mensuel, taux annuel, taux équivalents, annuités (constitution d'un capital et remboursement d'un emprunt), TAEG seront rencontrées et les calculs seront effectués à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice. Afin de déterminer la durée d'un placement, on pourra mobiliser la touche « logarithme » de la calculatrice.
Tableau d'amortissement	On se limitera à un tableau d'amortissement à annuité constante élaboré au moyen d'un tableur (logiciel ou calculatrice).

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Connaitre	**Commentaires**
Caractériser une suite de nombres : type de suite, type de croissance	Quelle que soit la façon dont la suite est définie (récurrence, terme général, premiers termes), l'élève devra identifier le type de suite (« quelconques », arithmétiques et géométriques) et, le cas échéant, préciser la raison et le type de croissance qui en résulte.
Donner des exemples de suite convergente ou non convergente	
Démontrer la formule donnant la somme des *n* premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique	
Générer une suite vérifiant certaines conditions	On demandera à l'élève d'écrire les premiers termes d'une suite convergente, d'une suite non convergente, d'une suite géométrique alternée, d'une suite géométrique croissante et convergente… vérifiant des conditions données.
Appliquer	
Représenter graphiquement une suite	L'élève représentera une suite sur la droite des réels ou dans le plan.
Trouver le terme général d'une suite arithmétique, géométrique	La suite proposée à l'élève sera définie par une phrase, une formule de récurrence, par certains de ses termes, par deux de ses termes et la nature de la suite…
Rechercher un terme d'une suite arithmétique, géométrique	
Déterminer la limite d'une suite arithmétique, géométrique	
Calculer la somme de *n* termes consécutifs d'une suite arithmétique, géométrique	Le premier terme de la somme demandée à l'élève n'est pas forcément le premier terme de la suite.
Trouver le taux, l'intérêt ou la durée d'un placement à intérêt simple ou à intérêt composé	L'élève peut calculer la durée d'un placement par approximations successives (à l'aide de la calculatrice) tant qu'il ne dispose pas de la notion de logarithme.
Réaliser un tableau d'amortissement d'un prêt à l'aide de l'outil informatique	

Transférer	
Résoudre un problème où interviennent des suites, dans différents contextes	Les problèmes proposés à l'élève seront choisis en algèbre financière, en géométrie, dans un contexte démographique…

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures : c'est l'occasion de retracer l'histoire du nombre π approché par des suites de réels (méthode d'Archimède, méthode de Nicolas de Cusa), de montrer l'apport du paradoxe de Zénon dans l'évolution des concepts mathématiques, de présenter quelques suites célèbres comme celles de Fibonacci, du périmètre ou de l'aire du Flocon de Von Koch...

Utiliser l'outil informatique : l'utilisation d'un tableur et de ses fonctions élémentaires est recommandée pour faciliter les calculs, pour conforter ou infirmer la perception intuitive d'une limite d'une suite.

Faire appel au raisonnement mathématique pour dépasser l'intuition : l'utilisation des suites permet de contrôler le bien-fondé de résultats interpellants tels que les pliages successifs d'une feuille, le paradoxe de Zénon...

Mobiliser dans d'autres disciplines et dans le quotidien les concepts installés : le rebond d'une balle, les évolutions démographiques, le calcul d'un financement… sont des contextes concrets qui font appel aux notions de suites.

Rédiger, argumenter, structurer, démontrer : la démonstration des quelques formules demande une rédaction soignée, structurée (attention aux indices !). Dans les applications, le choix d'une formule plutôt qu'une autre doit être expliqué, justifié.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage (séquence 1)	20 %	50 %	30 %
Pourcentage (séquence 2)	0 %	50 %	50 %

5GUAA3 - Asymptotes et limites

Compétences à développer

ARTICULER EXPRESSION ANALYTIQUE, REPRÉSENTATION GRAPHIQUE ET COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE D'UNE FONCTION

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

L'objectif de cette UAA est d'installer des outils nécessaires à l'étude du comportement des fonctions aux « bords » de leur domaine de définition.

A l'aide de ces outils, l'écriture mathématique des intuitions et ressentis du cours de quatrième année à propos des comportements asymptotiques devient possible.

1.2 Balises

Les fonctions rencontrées dans cette UAA sont les fonctions rationnelles. Il n'est donc pas indispensable d'utiliser les formules de Cauchy relatives aux asymptotes obliques car on peut les obtenir par division euclidienne.

Les définitions des différentes limites seront exprimées en un français rigoureux mais ne seront pas exprimées en ε,η .

Le calcul de levées d'indéterminations doit être rencontré, mais le choix des exercices doit rester raisonnable (fonctions rationnelles uniquement). Le but n'est pas de développer des techniques calculatoires fastidieuses.

2. Contexte

Prérequis

3UAA3 - Approche graphique d'une fonction
3UAA5 - Outils algébriques
4UAA4 - Fonctions de référence
5GUAA2 - Suites

5GUAA3 - Asymptotes et limites

Prolongements

5GUAA4 - Dérivée
6GUAA4 - Fonctions exponentielles et logarithmes

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 26 à 30 périodes de cours. Il n'est pas conseillé de la diviser en plusieurs séquences pédagogiques car les processus demandent de mettre en relation le calcul de limites et leur interprétation graphique. Une évaluation sommative sera envisagée en fin d'UAA.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'outil informatique doit être utilisé par l'enseignant à des fins d'introduction et de présentation. Les élèves se servent d'un logiciel ou d'une calculatrice graphique pour vérifier la cohérence entre le résultat des calculs et le graphique de la fonction.

3.2 Points d'ancrage

La notion de limite est nécessaire pour expliquer le comportement asymptotique de fonctions ou encore pour aborder la notion de dérivée, notamment celui de vitesse quasi instantanée… Elle peut être introduite par des exemples tels que ceux qui suivent.

a) Des fonctions telles que $x \to 2+\frac{3}{x-1}$ ou $x \to \frac{x-2}{x+3}$ rencontrées dans la 4UAA4 permettent d'aborder la notion d'infini par le biais des asymptotes.

b) A partir du graphique de la fonction $\frac{sin(x)}{x}$ fourni par un logiciel et de suites de valeurs de x qui tendent vers 0, on peut faire découvrir l'existence d'une limite finie pour cette fonction, alors qu'elle n'est pas définie en 0 (pour autant que les fonctions trigonométriques aient été abordées avant).

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de cette UAA, l'enseignant rappellera :

- les éléments caractéristiques d'une fonction et les transformées de fonctions (3UAA3 et 4UAA4) ;
- le comportement asymptotique de la fonction inverse.

Il insistera sur :

- le fait que les théorèmes concernant les opérations sur les limites ne sont applicables que lorsque celles-ci existent et sont finies.

Il habituera également les élèves à :

- rechercher le domaine de définition d'une fonction pour identifier les limites susceptibles d'apporter des informations sur le graphique ;
- interpréter graphiquement le résultat d'un calcul de limite ;
- vérifier également l'adéquation du graphique qu'ils représentent aux limites calculées ;
- identifier le type d'indétermination éventuelle et la méthode à appliquer pour lever cette indétermination;
- utiliser l'outil informatique pour vérifier le résultat d'un calcul de limite.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Opérations sur les fonctions (y compris la composition)	Parmi les exemples présentés pour illustrer les opérations sur les fonctions, il est intéressant de construire le graphique de la somme d'une fonction du premier degré et de la fonction inverse afin d'appréhender le rôle de l'asymptote oblique. La composition de fonctions est essentielle pour le calcul des dérivées. On mettra l'accent sur le domaine de la fonction composée ainsi que sur la non commutativité de la composition.
Limite d'une fonction	En partant des graphiques ou des singularités de certaines fonctions telles que les fonctions homographiques, l'inverse de la fonction « carré », le quotient de deux fonctions admettant un zéro commun… on introduira les notions de limite réelle ou infinie d'une fonction en un réel ou en $\pm\infty$ ainsi que les limites à gauche et à droite. Les définitions seront exprimées en français (traduisant rigoureusement le critère en ε, η). Certaines limites conduiront aux définitions d'asymptotes.
Règles de calcul des limites	Les règles de calcul sur les limites seront admises sans démonstration. Les cas d'indétermination $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty$ seront rencontrés. On calculera $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x}$ et on interprétera le résultat sous la forme $\sin(x) \approx x$ pour x voisin de zéro.
Asymptotes	La division euclidienne sera employée pour déterminer les équations des asymptotes oblique et horizontale des fonctions rationnelles et pour préciser la position de la courbe par rapport aux asymptotes.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Dans cette UAA, on se limitera, pour les calculs, **aux fonctions rationnelles**	
Connaitre	**Commentaires**
Identifier dans l'expression analytique d'une fonction donnée les fonctions usuelles, les opérations et leur hiérarchie	L'élève exprimera une fonction en termes d'opérations sur les fonctions de référence et en particulier la composition.
Donner un exemple de limite de fonction illustrant un cas d'indétermination	L'élève doit donner des exemples différents menant à un cas d'indétermination donné et dont les résultats diffèrent, tout en justifiant ses choix…
Appliquer	
Déterminer, à partir de l'expression analytique d'une fonction, son domaine et les limites qui apportent des informations sur son graphique	
Calculer des limites et les interpréter graphiquement	On proposera à l'élève de calculer des limites, y compris celles nécessitant la levée d'indéterminations $(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty)$, et d'interpréter graphiquement les résultats obtenus (en se limitant aux fonctions rationnelles).
Apparier des graphiques et des informations sur les limites et les asymptotes d'une fonction	L'élève devra associer des graphiques à des limites et/ou à des équations d'asymptotes. Il expliquera ses choix.
Traduire en termes de limites les comportements asymptotiques d'une fonction, à partir de son graphique	
Rechercher les équations des asymptotes au graphique d'une fonction	
Utiliser le comportement asymptotique d'une fonction pour approcher sa valeur en un point	Pour de grandes valeurs de la variable, l'élève doit estimer l'image de la fonction à l'aide d'une asymptote.

Transférer	
Esquisser le graphique d'une fonction vérifiant certaines conditions sur les limites et les asymptotes.	Les conditions sur les limites et les asymptotes sont données à l'élève. Des informations supplémentaires telles que le domaine de définition, les zéros, le signe… permettent de proposer à l'élève un exercice plus complet.
Rechercher l'expression analytique d'une fonction répondant à certaines conditions relatives à ses limites et à ses asymptotes.	Dans les exercices proposés à l'élève, les conditions imposées peuvent être données algébriquement ou graphiquement. Idéalement, la fonction à trouver modéliserait un phénomène physique, économique…

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet :

signifie ici mettre en relation l'expression analytique, le graphique, un tableau de valeurs d'une même fonction.

Utiliser l'outil informatique : dans cette UAA, l'usage d'une calculatrice graphique ou d'un logiciel est nécessaire.

Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique : respecter les conventions de notation.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage	10 %	60 %	30 %

5GUAA4 - Dérivée

Compétences à développer

LIER CONCEPTS DE TANGENTE, DE TAUX D'ACCROISSEMENT, DE CROISSANCE ET DE CONCAVITÉ À L'OUTIL « DÉRIVÉE »

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION DANS DES CONTEXTES DIVERS

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

L'objectif essentiel de cette UAA est de mettre en place le calcul des dérivées afin de préciser la variation d'une fonction (croissance, concavité, points particuliers du graphique) définie analytiquement et de permettre la construction précise de son graphique. La dérivée permet aussi d'approcher localement une fonction par une fonction du premier degré.

Un autre objectif est de réserver une grande part à la modélisation de problèmes d'optimisation.

Les calculatrices graphiques et les logiciels apportent une aide sérieuse et un soutien graphique important. Il ne faut pas négliger cet apport.

1.2 Balises

Le calcul des dérivées ne concernera que les fonctions rationnelles et racine carrée.
On veillera à limiter le niveau de difficulté aux fonctions dont le calcul et l'exploitation de la dérivée seconde restent abordables. Les fonctions choisies seront susceptibles de modéliser des problèmes.
L'étude des fonctions irrationnelles ne sera pas envisagée.

2. Contexte

Prérequis

3UAA5 - Outils algébriques
4UAA4 - Fonctions de référence
4UAA6 - Géométrie analytique plane
5GUAA3 - Asymptotes et limites

5GUAA4 - Dérivée

Prolongement

6GUAA3 - Intégrale

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 26 à 30 périodes de cours. Il est proposé de la diviser en deux séquences pédagogiques suivies d'une évaluation sommative.
La première concernerait les définitions, les dérivées des fonctions de référence et les dérivées des opérations sur les fonctions. La seconde traiterait de variations des fonctions et de leurs exploitations dans des problèmes.
Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche

L'outil informatique doit être utilisé par l'enseignant à des fins d'introduction et de présentation. Les élèves s'en servent pour vérifier la cohérence de leurs résultats avec le graphique des fonctions étudiées.

3.2 Points d'ancrage

La notion de nombre dérivé sera introduite à partir du taux d'accroissement, de la tangente en un point d'une courbe, de la vitesse instantanée d'un mobile.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de cette UAA, l'enseignant insistera sur :

- la définition du nombre dérivé et son interprétation ;
- l'ordre de composition des fonctions composées.

Il habituera également les élèves à :

- analyser la fonction à dériver pour choisir la (ou les) formule(s) adéquate(s) ;
- transformer l'expression analytique d'une fonction ou d'une fonction dérivée pour en étudier le signe ;
- vérifier la cohérence entre le tableau récapitulatif du comportement d'une fonction et sa représentation graphique ;
- choisir de manière judicieuse la fenêtre graphique dans laquelle représenter la fonction ;
- établir une démarche lors de la résolution d'un problème d'optimisation.

Il envisagera de résoudre une grande diversité de problèmes d'optimisation dont certains ne feront pas appel systématiquement à un calcul de dérivée (afin de casser la routine).

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Taux d'accroissement Nombre dérivé	Le taux d'accroissement et le nombre dérivé peuvent être introduits dans des contextes physique et géométrique
Tangente en un point du graphique d'une fonction	
Fonction dérivée	En s'aidant d'un logiciel, le graphique de la fonction dérivée peut être introduit en reportant en ordonnée la pente des tangentes (notamment pour représenter la dérivée des fonctions $\sin(x)$ et $\cos(x)$).
Dérivée des fonctions de référence	On établira les dérivées de quelques fonctions de référence. Pour les fonctions trigonométriques, on se limitera à une illustration graphique.
Formules de dérivation	Les formules de la dérivée d'une somme et d'un produit de fonctions seront établies ; on peut en déduire celles de l'inverse et du quotient. Quant à celle de la composée de fonctions, elle sera admise.
Liens entre la dérivée première et la croissance d'une fonction	Le lien entre la dérivée première et la croissance d'une fonction doit être illustré avec un logiciel ou une calculatrice graphique et une justification s'impose.
Extremum local	Il faut insister sur le fait qu'un zéro de la dérivée première n'implique pas automatiquement l'existence d'un extremum.
Liens entre la dérivée seconde et la concavité du graphique d'une fonction	Une idée de la concavité peut être amenée par l'observation de la position de la courbe par rapport à celle des tangentes ou des sécantes. La variation de la pente de la tangente à la courbe permet de comprendre le lien entre la concavité et le signe de la dérivée seconde.
Point d'inflexion	

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Dans cette UAA, on se limitera, pour les calculs, **aux fonctions rationnelles et racine carrée.**	
Connaitre	**Commentaires**
Interpréter graphiquement la définition du nombre dérivé	L'élève fera le lien entre la pente de la tangente et la définition du nombre dérivé.
Associer le comportement d'une fonction au signe de sa dérivée première et/ou au signe de sa dérivée seconde	À partir du graphique d'une fonction, l'élève doit, par exemple, dresser le tableau de signes de ses dérivées première et/ou seconde ou encore, à partir d'un tableau de signes d'une dérivée première ou seconde, il doit indiquer les variations de la fonction ou la concavité.
Appliquer	
Apparier des graphiques de fonctions à ceux de leur dérivée première et/ou seconde	L'élève doit, par exemple, associer des graphiques classés en deux groupes : celui des fonctions et celui des dérivées premières ou secondes ; ou encore, le graphique de la fonction étant donné, l'élève choisira celui de la dérivée dans un ensemble de graphiques proposés tout en expliquant ses choix.
Calculer les dérivées d'une fonction	L'élève dérivera des fonctions simples. On ne lui proposera pas de fonctions composées de plus de deux fonctions.
Déterminer l'équation de la tangente en un point du graphique d'une fonction et la représenter	
Transférer	
Distinguer, entre deux graphiques donnés, celui de la fonction et celui de sa dérivée première	L'élève désignera le graphique de la fonction et celui de sa dérivée en s'appuyant sur des justifications théoriques.
Esquisser le graphique de la dérivée d'une fonction à partir du graphique de celle-ci et réciproquement	Pour le passage du graphique de la dérivée à celui de la fonction, la consigne à l'élève contiendra une précision supplémentaire.
Esquisser localement l'allure du graphique d'une fonction à partir d'informations sur ses dérivées première et seconde	L'élève doit être capable d'esquisser le graphique d'une fonction au voisinage d'un point à partir d'informations données ou calculées.

Synthétiser des informations sur une fonction pour la représenter	L'élève présentera toutes les informations calculées dans un tableau de variation, reprenant la croissance de la fonction, la concavité de la courbe, les équations des asymptotes, les points particuliers.
Résoudre un problème relatif au comportement local d'une fonction	L'élève devra résoudre des problèmes d'optimisation.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet : signifie, dans le cas présent, mettre en relation l'expression analytique, le graphique, un tableau de valeurs, un tableau de variation d'une même fonction.

Développer différentes stratégies d'optimisation : montrer qu'il existe des situations où il n'est pas nécessaire d'employer la dérivée d'une fonction pour trouver un extremum (par exemple fonction du second degré, inégalité triangulaire,…).

Utiliser l'outil informatique : un logiciel ou une calculatrice graphique permettent de vérifier les résultats obtenus. Il est important d'attirer l'attention sur l'échelle et sur la fenêtre de lecture du graphique.

Modéliser et résoudre un problème : modéliser consiste à trouver la fonction qui traduit le problème et ensuite le résoudre.

Vérifier la plausibilité d'un résultat : vérifier la cohérence entre les informations chiffrées et la représentation graphique.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage (séquence 1)	10 %	90 %	0 %
Pourcentage (séquence 2)	10 %	10%	80 %

La note globale de l'UAA fera intervenir la première évaluation pour un tiers des points et la seconde pour deux tiers.

5GUAA5 - Fonctions trigonométriques

Compétences à développer

RELIER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE À CELLE DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN RÉEL

MODÉLISER ET RÉSOUDRE DES PROBLÈMES À L'AIDE DE FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Dans le cours de quatrième, les nombres trigonométriques ont été définis dans le cercle. Cependant, les mesures des angles étaient exprimées en degrés. L'introduction en cinquième des fonctions trigonométriques impose le radian comme nouvelle unité de mesure d'angle, indispensable pour les définir.
L'objectif est de répondre à des questions inhérentes à des phénomènes naturels périodiques tels que l'oscillateur harmonique, les interférences d'ondes, la périodicité des marées, le courant alternatif…

1.2 Balises

La résolution d'équations ne constitue qu'un type d'exercices parmi beaucoup d'autres dans cette UAA ; il n'est donc pas souhaitable d'y passer trop de temps au détriment de la résolution de problèmes contextualisés.
Les formules d'addition et d'angles doubles ne sont pas au programme. On pourra néanmoins faire remarquer que les fonctions trigonométriques ne bénéficient pas des propriétés de linéarité (par exemple, $sin(2x) \neq 2sin(x)$, $sin(x+y) \neq sin(x)+sin(y)$).

2. Contexte

Prérequis

3UAA2 - Triangle rectangle

4UAA3 - Trigonométrie

4UAA4 - Fonctions de référence

5UAA2 - Suites

5GUAA5 - Fonctions trigonométriques

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 16 à 20 périodes de cours. Il n'est pas nécessaire de la diviser en plusieurs séquences, donc l'évaluation sommative sera envisagée en fin d'UAA.
Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche

L'outil informatique doit être utilisé par l'enseignant à des fins de présentation et les élèves s'en servent pour représenter graphiquement les fonctions trigonométriques et pour effectuer certains calculs.

Cependant, il est souhaitable de tracer d'abord les graphiques des fonctions trigonométriques de référence manuellement (papier-crayon) avant d'utiliser les graphiques donnés par un logiciel ou une calculatrice graphique.

3.2 Points d'ancrage

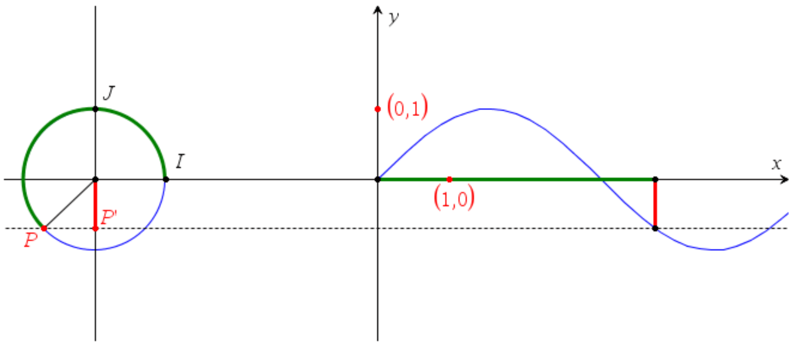
Les exemples qui suivent ont pour but d'amener un questionnement de la part des élèves ainsi qu'une motivation pour aborder différentes notions et ressources qui s'y rapportent.

a) L'allure du graphique de la fonction sinus peut être introduite à partir d'un exemple tel que la variation de température en un lieu donné. Le tableau ci-dessous présente les valeurs mensuelles moyennes des températures à Ottawa calculées sur une période de 30 ans (de 1961 à 1991).

Mois	**Températures mensuelles moyennes en degré Celsius**	**Mois**	**Températures mensuelles moyennes en degré Celsius**
Mars	-2	Septembre	14
Avril	6	Octobre	8
Mai	13	Novembre	1
Juin	18	Décembre	-7
Juillet	21	Janvier	-10
Août	19	Février	-8

À partir de l'observation du nuage de points représentant les données du tableau et de questions bien ciblées, on fera découvrir les caractéristiques du graphique de ce type de fonction.

b) L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique permet d'introduire les fonctions trigonométriques de manière visuelle en associant les points du cercle trigonométrique à ceux du graphique de la fonction étudiée.



3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de cette UAA, l'enseignant habituera les élèves à

- distinguer les nombres trigonométriques d'un angle orienté et ceux d'un réel (mesure algébrique d'un arc) ;
- associer un nombre trigonométrique lu dans le cercle aux différents points du graphique de la fonction correspondante ;
- représenter les solutions d'une équation sur le cercle et sur l'axe des réels ;
- traiter des problèmes où intervient une fonction du type $x \rightarrow a \cdot sin(b \cdot x + c) + d$ et donner du sens aux paramètres *a*, *b*, *c* et *d*.

Il veillera également à

- rappeler succinctement les transformées de fonctions vues dans la 4UAA4 en insistant sur le $a \cdot f(b \cdot x + c) = a \cdot f\left(b \cdot \left(x + \frac{c}{a}\right)\right)$;
- utiliser les transformées de fonctions pour obtenir le graphique de la fonction $x \to a \cdot \sin(b \cdot x + c)$ de préférence avec un logiciel de géométrie dynamique ;
- signaler que, dans l'expression $a \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, le physicien désigne φ comme la phase à l'origine, et emploie le terme différence de phase à l'origine pour caractériser $\varphi_2 - \varphi_1$.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Nombre π	Le nombre π peut être approché à partir d'encadrements formés d'aires de polygones inscrits et circonscrits à un cercle. Ce calcul est à mettre en relation avec les limites de suites.
Angles, arcs, secteurs circulaires	Les longueurs d'arcs et les aires de secteurs circulaires sont aisément calculées par une règle de trois : il n'est pas nécessaire de faire mémoriser des formules.
Radian	La définition adoptée pour le radian est l'amplitude d'un angle au centre d'un cercle qui intercepte un arc dont la longueur est égale au rayon.
Angles orientés	
Fonctions trigonométriques de référence $x \to \sin(x)$ $x \to \cos(x)$ $x \to \tan(x)$	Avant d'étudier ces fonctions, il convient de définir tout d'abord les nombres trigonométriques d'un réel. Les propriétés des fonctions trigonométriques telles que $f(x+2\pi) = \ldots$,$f(-x) = \ldots$ $f(\pi - x) = \ldots$ $f(\pi + x) = \ldots$ sont à mettre en relation avec celles des angles associés. Les dérivées de ces fonctions seront illustrées à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique dans cette UAA, si elles ne l'ont pas été dans la 5GUAA4.

Fonction trigonométrique $x \rightarrow a \cdot sin(b \cdot x + c)$ Amplitude, période, « déphasage ».	L'utilité de cette fonction prend du sens en physique ondulatoire. Lorsque cette fonction représente une oscillation harmonique, le paramètre ***a*** est associé à l'amplitude, ***b*** à la pulsation et ***c*** à la phase à l'origine. La période est $\frac{2\pi}{\|b\|}$, la fréquence est l'inverse de la période, et le « déphasage » est $\frac{-c}{b}$ (translation horizontale). NB : le terme déphasage utilisé en physique peut avoir une autre interprétation. On déterminera l'influence des paramètres ***a***, ***b*** et ***c*** sur le graphique de cette fonction. Il n'est pas recommandé de les introduire simultanément.
Equations trigonométriques du type $sin(x) = a$, $cos(x) = a$, $tan(x) = a$, $a \cdot sin(b \cdot x + c) = k$	On représentera les solutions de ces équations sur le cercle trigonométrique et sur l'axe des réels à partir du graphique de la fonction correspondante.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Connaitre	**Commentaires**
Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle donné, ainsi que ses nombres trigonométriques	La question posée aux élèves portera sur des angles exprimés en radians
Représenter graphiquement les fonctions trigonométriques	
Associer graphiquement un nombre trigonométrique d'un angle et l'image d'un réel par une fonction trigonométrique	A chacun des couples $(a, sin(a))$, $(a, cos(a))$ et $(a, tan(a))$, l'élève doit associer un point du cercle trigonométrique et un point de la fonction trigonométrique correspondante. Il doit également savoir qu'il existe une infinité de réels qui ont la même image par une fonction trigonométrique.
Interpréter le rôle des paramètres *a*, *b* et *c* de la fonction $x \rightarrow a \cdot sin(b \cdot x + c)$	L'élève devra interpréter l'influence des paramètres sur les transformations que subit le graphique de la fonction de référence.

Appliquer	
Calculer une amplitude d'angle, une longueur d'arc de cercle et une aire de secteur	Les exercices proposés à l'élève seront intégrés dans des situations contextualisées simples.
Apparier des graphiques de transformées de fonctions trigonométriques et des expressions analytiques	L'élève devra justifier ses choix (angles associés, transformations de graphiques…).
Trouver l'expression analytique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique à partir de son graphique	On ne posera que des questions pour lesquelles les réponses seront relativement évidentes.
Tracer le graphique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique	L'élève disposera du graphique d'une fonction de référence et devra appliquer une seule manipulation.
Résoudre des équations du type $sin(x)=a$, $cos(x)=a$ et $tan(x)=a$ en utilisant la calculatrice, le cercle trigonométrique et les fonctions trigonométriques	L'équation proposée pourra faire intervenir des valeurs particulières des fonctions trigonométriques aussi bien que d'autres valeurs (nécessitant l'utilisation de la calculatrice).
Résoudre graphiquement et/ou algébriquement une équation trigonométrique du type $a\cdot sin(b\cdot x+c)=k$	
Déterminer l'amplitude, la période, le déphasage et les extrémums éventuels d'une fonction trigonométrique	La fonction proposée aux élèves sera donnée par son expression analytique ou par son graphique.
Transférer	
Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une fonction du type $x\rightarrow a\cdot sin(b\cdot x+c)$	Dans la résolution des exercices proposés, le temps imparti au tracé des graphiques sera réduit autant que possible. L'élève interprétera le rôle des paramètres en termes d'amplitude, période et déphasage.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Reconnaitre des phénomènes naturels périodiques : on fera le lien avec des phénomènes tels que l'oscillateur harmonique, les interférences d'ondes, la périodicité des marées, le courant alternatif… rencontrés dans les cours scientifiques.

Utiliser l'outil informatique : il est indispensable que l'élève sache manipuler la calculatrice pour la recherche des éléments caractéristiques d'une fonction trigonométrique. La représentation graphique des fonctions trigonométriques avec un logiciel ou une calculatrice graphique est un apport visuel non négligeable lors de la résolution de problèmes.

Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation : il faut être conscient que l'extrapolation n'a de sens que dans un domaine raisonnable (limite physique du problème).

Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage	30%	55%	15%

6GUAA1 - Probabilités

Compétences à développer

UTILISER LE CALCUL DES PROBABILITÉS POUR COMPRENDRE DES PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES DE LA VIE COURANTE, POUR ANALYSER ET CRITIQUER DES INFORMATIONS CHIFFRÉES

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

L'objectif est de fournir des outils de base pour appréhender des situations aléatoires simples de la vie courante, comprendre certaines informations scientifiques (génétique, économique,…). Cette UAA est en effet consacrée à la lecture, à la compréhension et à l'analyse d'un texte à caractère probabiliste.

Le choix d'une démarche de résolution n'étant pas unique, l'élève doit rencontrer différentes stratégies, dégager la plus adéquate ou, éventuellement, celle qui lui convient le mieux.

Dans le cadre de l'analyse combinatoire, on aborde les dénombrements pour calculer des probabilités et ultérieurement faciliter l'introduction de la loi binomiale.

1.2 Balises

L'analyse combinatoire n'est pas un but en soi mais est un outil au service du calcul des probabilités.

2. Contexte

Prérequis

4UAA1 - Statistique descriptive

6GUAA1- Probabilités

Prolongement

6GUAA2 - Lois de probabilités

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre structurel

Cette UAA est prévue pour 15 à 17 périodes de cours. Il n'est pas nécessaire de la diviser en plusieurs séquences, donc l'évaluation sommative sera envisagée en fin d'UAA.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

La probabilité étant introduite de manière fréquentiste, les simulations effectuées notamment à cette fin requièrent l'usage de l'outil informatique.

3.2 Points d'ancrage

Le but étant d'introduire la notion de probabilité d'un événement à partir de la fréquence statistique, on réalisera des expériences (lancers de dé(s), de pièce(s), …).

Ensuite, pour obtenir une meilleure approximation de la probabilité, on créera des séries statistiques plus étoffées à l'aide d'un générateur de nombres aléatoires.

Par ailleurs, on introduira les notions utiles d'analyse combinatoire pour aborder des dénombrements plus complexes (lotto, poker menteur, jeu de cartes, …).

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de l'UAA, l'enseignant entrainera l'élève à :

- être attentif aux subtilités de la langue française telles que au moins, au plus, exactement, sachant que, ou/et… ;
- analyser méthodiquement toutes les données du problème avant de choisir une démarche de résolution ;
- envisager les représentations possibles d'une situation probabiliste (diagramme en arbre, diagramme de Venn, tableau) et choisir celle qui lui semble la plus appropriée,
- diversifier les représentations d'un problème de probabilités et à passer de l'une à l'autre ;
- vérifier la plausibilité des réponses ;
- utiliser les fonctions « random », « alea », « nb.si »… , d'une calculatrice, d'un tableur.

4. Orientation méthodologique

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Outils d'appropriation et de calcul de probabilités • arbre • diagramme de Venn • simulation • tableau • analyse combinatoire ✓ arrangements avec et sans répétitions ✓ combinaisons sans répétitions ✓ permutations avec et sans répétitions	Il est conseillé d'utiliser plusieurs représentations, de passer d'une à l'autre, mais aussi de choisir éventuellement la plus adéquate. Les formules d'analyse combinatoire seront amenées de façon intuitive à partir d'exemples simples exploitant les autres représentations. L'analyse combinatoire est donc un outil parmi les autres, au service du calcul des probabilités. De ce fait les exercices de dénombrement utilisant l'analyse combinatoire devront rester limités à des situations exploitables dans le calcul des probabilités.

Expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements	Le vocabulaire doit être défini de façon rigoureuse et utilisé à bon escient dans la résolution des problèmes. On définira les événements particuliers (événement élémentaire, impossible, certain) ainsi que les événements contraires et incompatibles. Les opérations entre événements (union, intersection, complémentaire, différence) seront définies sur des exemples.
Probabilité d'un événement	La probabilité d'un événement peut être approchée par la fréquence observée lorsqu'on répète un grand nombre de fois l'expérience aléatoire associée à cet événement. Pour ce faire, les données des séries statistiques étudiées peuvent être générées par expérimentation (jet d'un dé…) ou grâce à la fonction « random » d'une calculatrice ou d'un tableur. Les propriétés observées des fréquences induiront alors celles des probabilités : positivité et probabilité de l'événement certain. Ensuite, la probabilité d'un événement quelconque sera naturellement définie comme somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent. Dans le cas où les événements élémentaires sont équiprobables, cette définition conduit à la formule de Laplace (nb cas favorables/nb cas possibles).
Propriétés des probabilités	On pourra démontrer les propriétés relatives à l'union d'événements, à l'événement complémentaire.
Probabilité conditionnelle Événements indépendants	L'analyse de diagrammes en arbre ou de tableaux permet de mettre en évidence la notion de probabilité conditionnelle et d'événements indépendants. La formule des probabilités conditionnelle sera justifiée ; on en déduira la probabilité de l'intersection d'événements, indépendants ou non. La loi de Bayes ne doit pas être formalisée mais rencontrée lors de la résolution d'exercices.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Connaitre	Commentaires
Extraire d’un arbre, d’un tableau ou d’un diagramme donné la probabilité d’un événement	L’élève doit déterminer la probabilité d’un événement précis à partir des nombres qui composent un arbre ou un tableau,
Identifier l’événement associé à une probabilité donnée à partir d’un arbre, d’un diagramme, d’un tableau	La description de l’événement doit être complète et cohérente avec le contexte donné.
Identifier « expérience aléatoire, catégorie d’épreuve, événements, événements particuliers » dans un énoncé.	Les élèves doivent décrire de manière claire l’expérience aléatoire, en préciser la catégorie d’épreuve et identifier les événements décrits.
Appliquer	
Utiliser les résultats de simulations faites avec un outil informatique ou des données statistiques pour calculer des probabilités a posteriori.	Partant de données statistiques obtenues par une simulation ou d’une autre manière, l’élève doit estimer la probabilité d’un événement dans le contexte proposé. Cette probabilité (à posteriori) est donc assimilée à la fréquence de réalisation de l’événement.
Utiliser des tableaux, des diagrammes, des arbres ou des formules d’analyse combinatoire pour calculer une probabilité a priori, y compris conditionnelle.	Pour calculer une probabilité (à priori) dans une situation simple, les élèves doivent exploiter les informations de l’énoncé après avoir choisi une méthode adéquate. On proposera aussi des problèmes pour lesquels le recours à l’analyse combinatoire est utile.
Vérifier si deux événements donnés sont dépendants ou indépendants.	
Transférer	
Résoudre un problème de probabilité en utilisant une méthode de dénombrement	Les problèmes posés à l’élève seront issus, notamment, des cours de sciences ou des jeux de hasard.
Utiliser le calcul des probabilités pour comprendre la portée d’informations chiffrées, les analyser et les critiquer y compris dans le cadre de jeux de hasard	

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront mises en place tout au long de l'UAA.

Utiliser l'outil informatique : la probabilité est l'outil de mesure de l'aléatoire ; le support informatique peut servir à trier des données ou générer des données aléatoires afin de calculer des probabilités a posteriori.

S'aider d'un schéma pour éclairer une situation : la production d'un schéma pour soutenir un raisonnement est une stratégie essentielle en probabilités.

Vérifier la plausibilité d'un résultat : la vérification systématique de la plausibilité d'un résultat doit faire partie des étapes de résolution d'un problème.

Les exemples seront suffisamment variés pour amener les élèves à prendre conscience de la **diversité des outils et à en choisir un de manière raisonnée.**

Développer l'esprit critique : le calcul des probabilités aide à combattre les idées préconçues, à s'interroger sur le leurre des jeux de hasard…

Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes : le calcul des probabilités permet de comprendre et d'expliquer par exemple des phénomènes tels que la transmission de caractères biologiques (couleur des yeux, hémophilie…).

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage	20 %	40 %	40 %

6GUAA2 - Lois de probabilités

Compétences à développer

DÉTERMINER UNE PROBABILITÉ DANS UN CONTEXTE DONNÉ EN UTILISANT LES LOIS BINOMIALE ET NORMALE

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

L'objectif est de rencontrer des lois qui modélisent beaucoup de situations concrètes, notamment, la loi binomiale et la loi normale. Non seulement celles-ci permettent de résoudre des problèmes mais encore elles servent de prémices à d'autres lois plus complexes étudiées dans l'enseignement supérieur.

1.2 Balises

La notion de variable aléatoire (quelconque) permet d'installer le vocabulaire utilisé ultérieurement lors de l'étude des lois binomiale et normale. Elle sera envisagée à partir d'exemples concrets (tombola, jeu de cartes…) sans cependant y consacrer trop de temps.

2. Contexte

Prérequis

4UAA1 - Statistiques

6GUAA1 - Probabilités

6GUAA3 - Intégrale

6GUAA2 - Lois de probabilités

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 15 à 17 périodes de cours. Il n'est pas nécessaire de la diviser en plusieurs séquences. Une évaluation sommative sera envisagée en fin d'UAA.

Plusieurs évaluations formatives devraient prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'outil informatique peut être utilisé par l'enseignant à des fins d'introduction et de présentation. Les élèves doivent être capables d'utiliser les fonctions spécifiques des lois probabilistes du tableur ou de la calculatrice.

3.2 Points d'ancrage

Les variables aléatoires ainsi que les lois de probabilités seront introduites à l'aide d'exemples concrets tels que ceux ci-dessous :

a) rechercher la probabilité de répondre correctement à un nombre de questions déterminé dans un QCM (comportant trois ou quatre questions pour lesquelles cinq réponses sont proposées) et augmenter ensuite le nombre de questions pour découvrir la loi binomiale ;
b) à partir d'une distribution telle que celle des tailles d'un groupe important d'enfants du même âge, des résultats d'un examen de mathématique de tous les élèves de 5e d'une école… découvrir les caractéristiques d'une loi normale par l'analyse statistique des données ;
c) selon les psychologues, 66% de la population doit avoir un QI compris entre 90 et 110 : qu'est-ce que cela signifie ?

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de cette UAA, l'enseignant habituera les élèves à :

- analyser méthodiquement les données du problème afin de déterminer la variable aléatoire et ses paramètres ;
- utiliser les événements complémentaires pour limiter le nombre de calculs ;
- représenter la courbe de Gauss dans le cas de la loi normale et identifier l'aire représentant la probabilité demandée ;
- effectuer un changement de variable pour transformer une variable normale en variable normale centrée réduite et inversement ;
- effectuer des lectures directes et inverses d'une table de loi normale,
- utiliser l'outil informatique pour calculer une probabilité.

Pour expliquer le passage du discret au continu, l'enseignant pourra faire l'analogie avec la physique : de même qu'en physique la masse d'un point est nulle, une probabilité « ponctuelle » ($p(X=k)$) est nulle dans le cas d'une variable aléatoire continue.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faireà installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Variable aléatoire Distribution de probabilité Fonction de répartition Espérance mathématique Ecart-type	Les notions de variable aléatoire, loi de probabilité (ou distribution) et fonction de répartition sont introduites à partir de variables discrètes. Les définitions de l'espérance mathématique et de l'écart- type, de la distribution de probabilité et de la fonction de répartition sont à rapprocher des notions correspondantes de statistiques (4UAA1)
Loi uniforme Espérance mathématique et écart-type	Les lois uniformes discrète et continue seront toutes deux envisagées.
Loi binomiale Épreuve et schéma de Bernoulli Espérance mathématique et écart-type Distribution de probabilité	L'introduction de la loi binomiale à partir d'un nombre restreint d'épreuves aide à la découverte de la formule $p(X=k)$ qu'il est aisé de généraliser ensuite. On amènera l'élève à reconnaitre un schéma binomial et à en identifier les paramètres.
Loi normale Espérance mathématique et écart-type Graphique de la distribution de probabilité	La courbe caractéristique de la loi normale, « courbe en cloche » ou courbe de Gauss, est approchée par le graphique de la distribution de probabilité d'une loi binomiale dont le nombre d'épreuves est très grand (tout en respectant certaines conditions sur « n » et « p ») ou par le polygone des fréquences de données statistiques.
Table de la loi normale et outil informatique	On montrera que, par un changement de variable approprié ($\frac{x-\mu}{\sigma}$), toute variable aléatoire d'une loi normale suit la loi normale centrée réduite. L'usage d'un graphique relié à une table de loi normale centrée réduite permet la visualisation de la probabilité cherchée et guide les étapes du calcul. On montrera l'intérêt de l'outil informatique pour obtenir rapidement un résultat.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Connaitre	**Commentaires**
Associer une loi de probabilité à un contexte donné et identifier ses paramètres	
Interpréter graphiquement une probabilité dans le cas de la loi normale	L'élève doit être capable de tracer la courbe de Gauss relative au problème et d'y hachurer l'aire représentant la probabilité demandée.
Associer les concepts de statistique à ceux de probabilité	L'élève doit associer, par exemple, la moyenne à l'espérance mathématique.
Appliquer	
Calculer une probabilité dans un contexte qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale	Dans une situation où les caractéristiques de la loi de probabilité sont données, l'élève doit calculer la probabilité d'un événement.
Déterminer l'ensemble des valeurs de la variable correspondant à une probabilité donnée	La probabilité sera donnée par une aire délimitée par la courbe de Gauss centrée réduite, ou par une notation mathématique telle que $p(X<a)=0{,}3$ ou par une phrase traduisant la même idée. L'élève pourra alors exploiter une table ou un outil informatique pour répondre à la question.
Transférer	
Modéliser une situation concrète par une loi de probabilité	L'élève doit identifier la variable aléatoire en jeu (quelconque ou connue), rechercher la distribution de probabilité et, le cas échéant, calculer l'espérance mathématique et l'écart-type.
Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale	

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes et développer l'esprit critique : les compétences développées dans cette UAA permettent une lecture éclairée de résultats d'études statistiques dans divers domaines, le calcul de l'espérance de gain dans un jeu de hasard pour en mesurer le risque...

Lire et utiliser une table et s'aider d'un schéma pour éclairer une situation : c'est la première fois que l'usage d'une table apparaît dans le cursus mathématique des élèves ; pour donner du sens, les lectures directe et inverse doivent se faire en lien avec la représentation graphique.

Utiliser l'outil informatique : les fonctions probabilistes de l'outil informatique permettent d'alléger les calculs et de se concentrer sur l'essentiel du problème ; il faut apprendre à les employer dans différents contextes car elles seront également utilisées dans les études supérieures.

Vérifier la plausibilité d'un résultat.

4.4 Pondération

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage	20 %	30 %	50 %

6GUAA3 - Intégrale

Compétences à développer

RÉSOUDRE UN PROBLÈME À L'AIDE DU CALCUL INTÉGRAL

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Le but de cette UAA est de développer le calcul intégral, une nouvelle notion mathématique qui complète la liste des outils propres à l'étude des fonctions (limites, continuité, dérivées).

Le calcul intégral permet d'évaluer l'aire d'une surface, le volume d'un solide (de révolution), la mesure d'un espace parcouru…, souvent difficilement mesurables, à l'aide de sommes aisément calculables.

1.2 Balises

Il ne faut pas confondre calcul intégral et calcul d'aires ou de volumes. Quelques exemples judicieusement choisis permettront de ne pas réduire le calcul intégral à ces seuls cas.

Il n'est pas utile de traiter des primitives trop complexes mais bien de se limiter aux fonctions susceptibles d'être rencontrées dans les applications.

La méthode d'intégration par parties sera surtout exploitée dans le cadre des fonctions exponentielles et logarithmes (6GUAA4).

2. Contexte

Prérequis

3UAA5 - Outils algébriques

5GUAA3 - Asymptotes et limites

5GUAA4 - Dérivée

6GUAA3 - Intégrale

UAA liée

6GUAA4 - Fonctions exponentielles et logarithmes

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 28 à 32 périodes de cours; elle pourrait être divisée en deux séquences évaluables. La première comprendrait l'approche du calcul d'une intégrale, sa définition et le calcul de primitives et d'intégrales définies par différentes méthodes d'intégration. La seconde se pencherait sur les calculs d'aires, de volumes, ainsi que les applications du calcul intégral, par exemple en physique.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'outil informatique doit être utilisé par l'enseignant afin d'amener la définition de l'intégrale. Les élèves doivent être capables d'utiliser différents outils informatiques à des fins de calculs d'encadrement d'aires.
Pour des formes plus élaborées de calculs de primitives ou d'intégrales, on pourra utiliser le calcul formel d'un logiciel ou d'une calculatrice.

3.2 Points d'ancrage

Les exemples qui suivent ont pour but d'amener un questionnement de la part des élèves ainsi qu'une motivation pour aborder différentes notions et ressources qui s'y rapportent.

a) Avant la découverte du calcul intégral, on mesurait approximativement une aire par comparaison avec une unité de référence. Par exemple, en comparant le poids d'une figure en carton ayant la forme souhaitée avec celui d'un carré de référence découpé dans le même carton, on peut estimer l'aire recherchée. Il est ensuite possible de vérifier le résultat par calcul intégral dès que celui-ci aura été rencontré.
b) A partir du graphique de la vitesse (non constante) en fonction du temps d'un mobile, on peut utiliser la méthode des rectangles pour estimer l'espace parcouru. En augmentant le nombre de rectangles, on introduit le concept d'intégrale.

L'enseignant signalera aux élèves que le calcul intégral permettra de déterminer l'intensité moyenne d'un courant alternatif, le travail d'une force, la formule du volume de la sphère…

3.3 Stratégies pédagogiques

Si l'enseignant le souhaite, il peut intervertir l'ordre des ressources tout en veillant à la cohérence de ses choix.

Il veillera également à limiter la technicité dans le calcul de primitives, celui-ci restant un outil au service du calcul intégral.

Pour atteindre les objectifs de l'UAA, l'enseignant entrainera les élèves à :

- vérifier que l'expression résultant du calcul d'une primitive est exacte en la dérivant,
- indiquer systématiquement la constante additive lors du calcul d'une primitive,
- exprimer une fonction primitive à l'aide de la variable initiale (dans le cas d'une substitution ou d'un changement de variable),
- rechercher la valeur d'une intégrale calculée par substitution et changement de variable en adaptant les bornes d'intégration ou en déterminant la variation de la primitive en fonction des données initiales (variable et bornes),
- représenter graphiquement les fonctions intervenant dans les calculs d'aires, de volumes ;
- résoudre des problèmes issus des cours de sciences.

Il insistera sur :

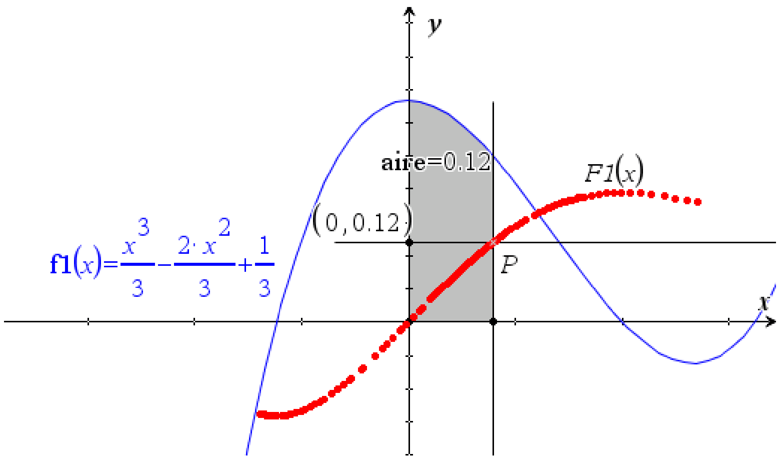
- le sens de la constante additive dans le calcul des primitives,
- l'obligation d'obtenir une valeur positive lors d'un calcul d'aire ou de volume,
- l'intérêt d'utiliser la propriété de symétrie du graphique d'une fonction paire ou impaire lors d'un calcul d'intégrale,
- la rigueur de l'écriture.

Il rappellera et montrera l'intérêt :

- de la division de polynôme pour faciliter certains calculs d'intégrales
- des puissances à exposants rationnels.

L'utilisation de l'outil informatique permet aisément de visualiser la méthode d'encadrement d'une aire par la méthode des rectangles, voire des trapèzes.

Un tel outil permet également d'illustrer le théorème d'existence des primitives en faisant le lien entre une aire (avec une borne variable) et une fonction appelée primitive.



4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Encadrement d'une aire, d'un volume Intégrale définie	Dans des problèmes concrets, on mettra en évidence l'encadrement des grandeurs citées ci-contre mais également d'un espace parcouru, du travail d'une force… par une somme de produits élémentaires. On établira la formule d'une aire comme la limite d'une somme d'aires de rectangles et celle du volume d'un solide comme la limite d'une somme de volumes de cylindres. Le passage à la limite conduira à la notion d'intégrale définie. On justifiera les propriétés relatives aux bornes d'intégration et à l'intégration de combinaisons linéaires de fonctions.
Théorème fondamental	Le théorème fondamental comporte deux parties : le théorème d'existence (lien entre intégration et dérivation) et le théorème du calcul de l'intégrale par variation de primitive. Pour illustrer le théorème d'existence, à partir de fonctions constantes ou du premier degré, ou à l'aide d'un outil informatique, on fera le lien entre une aire (avec une borne variable) et une fonction appelée primitive.
Primitives (intégrale indéfinie)	On justifiera la présence de la constante additive indiquant la non-unicité d'une primitive et on parlera de famille de primitives. A partir des propriétés des dérivées, on établira celles des primitives relatives à la combinaison linéaire de fonctions. Outre le calcul de primitives (quasi-)immédiates, on envisagera les méthodes d'intégration par changement de variable, par substitution et par parties dans des cas simples.
Aire d'une surface plane	On examinera différentes configurations de calcul d'aires : aire d'une surface comprise entre le graphique d'une fonction et l'axe *Ox*, ainsi que celle comprise entre les graphiques de deux fonctions.
Volume d'un solide de révolution	On établira la formule permettant de calculer le volume d'un solide de révolution engendré par la rotation autour de l'axe *Ox* d'une surface plane. On envisagera le calcul de volumes de solides creux de révolution.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Connaitre	**Commentaires**
Illustrer graphiquement et justifier la formule du calcul d'une aire, d'un volume d'un solide de révolution	L'élève doit représenter un ensemble de rectangles élémentaires approchant la surface, annoter son schéma, formuler l'aire d'un rectangle et évaluer l'aire de la surface par la somme des aires de ceux-ci. Il doit ensuite signaler qu'un passage à la limite est nécessaire pour établir la formule du calcul d'une aire. Pour illustrer la formule du volume d'un solide de révolution, l'élève doit approcher le volume par une somme de volumes de cylindres élémentaires. De même, un passage à la limite permet à l'élève de conclure.
Écrire les intégrales qui permettent de calculer l'aire d'une zone sélectionnée sur un graphique	L'élève doit associer à l'aire une intégrale dont il a identifié les bornes et la fonction à intégrer. Dans certains cas, il devra au préalable décomposer l'aire cherchée en une somme ou une différence d'aires.
Appliquer	
Approximer une aire par une somme d'aires élémentaires à l'aide d'un outil informatique	L'élève utilise un tableur ou une calculatrice afin de calculer l'aire des différents rectangles avant d'en faire la somme. S'il utilise un tableur, il pourra augmenter le nombre de rectangles pour améliorer l'approximation.
Vérifier qu'une fonction donnée est une primitive d'une autre	L'élève aura recours à la dérivation pour effectuer la vérification.
Déterminer une primitive	L'élève doit pouvoir calculer des primitives similaires à celles rencontrées au cours. Il devra éventuellement déterminer la constante de la primitive lorsqu'une condition est imposée.
Calculer une intégrale définie	
Calculer la mesure d'une aire, d'un volume	Les données peuvent être fournies à l'élève à partir d'un graphique, d'une illustration graphique, d'un énoncé.

Transférer	
Utiliser le calcul intégral pour résoudre des problèmes	L'élève peut utiliser le calcul intégral pour vérifier des formules classiques d'aires et de volumes tels que l'aire d'un triangle, d'un trapèze… ou le volume d'un cône, d'un cylindre, d'une sphère… Par le calcul intégral, l'élève pourra résoudre des problèmes de cinématique (espace parcouru par un mobile ou sa position), de dynamique (travail d'une force)…

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet : le calcul d'une intégrale permet d'associer une aire à une grandeur physique (par exemple, la valeur moyenne d'un signal).

Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés : le calcul intégral est utilisé régulièrement dans les cours de sciences ; il y occupe une place fondamentale.

Rédiger, argumenter, structurer, démontrer : la définition de l'intégrale et les démonstrations requièrent une rédaction soignée, structurée faisant, entre autre, appel au signe sommatoire et aux indices.

Utiliser l'outil informatique : l'usage d'un logiciel dynamique permet avantageusement d'introduire la définition d'intégrale ; l'utilisation d'un tableur et de ses fonctions élémentaires facilite les calculs lors de l'encadrement d'une aire ; plusieurs outils informatiques permettent la vérification de résultats.

Vérifier la plausibilité d'un résultat : lors de la résolution de problèmes d'aire ou de volume, le résultat obtenu doit être positif et son ordre de grandeur doit être cohérent par rapport au contexte.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage (séquence 1)	30 %	70 %	0 %
Pourcentage (séquence 2)	0 %	50 %	50 %

6GUAA4 - Fonctions exponentielles et logarithmes

Compétences à développer

MODÉLISER UNE SITUATION PAR UNE FONCTION EXPONENTIELLE OU PAR UNE FONCTION LOGARITHME

RÉSOUDRE UN PROBLÈME QUI NÉCESSITE LE RECOURS À DES FONCTIONS EXPONENTIELLES OU LOGARITHMES

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

L'objectif est de découvrir de nouvelles fonctions dont les modèles de croissance correspondent à des phénomènes naturels, de comparer leur croissance par rapport aux fonctions puissances et de se familiariser à l'usage des échelles semi-logarithmique et logarithmique. Ces fonctions logarithmes et exponentielles trouvent de nombreuses applications en chimie, biologie, physique, archéologie, géographie…

1.2 Balises

Le but n'est pas de faire une étude graphique complète de ces fonctions mais, selon le contexte, d'en étudier certaines caractéristiques (comportement asymptotique, croissance, extremum,…).

Le calcul de limites, de dérivées et d'intégrales n'impliquera pas des fonctions trop complexes.

Les énoncés des équations logarithmiques ne feront intervenir qu'une seule base.

Remarque : Ces fonctions seront vues **au premier trimestre** car elles constituent un prérequis pour les cours de sciences.

2. Contexte

Prérequis

3UAA3 - Approche graphique d'une fonction

3UAA5 - Outils algébriques

4UAA4 - Fonctions de référence

5GUAA2 - Suites

5GUAA4 - Dérivée

6GUAA4 - Fonctions exponentielles et logarithmes

UAA liée

6GUAA3 - Intégrale

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre structurel

Cette UAA est prévue pour à 23 à 25 périodes de cours. Elle pourrait être divisée en trois séquences évaluables. La première traiterait des fonctions exponentielles : généralités, équations de base, quelques problèmes. La deuxième se pencherait sur les fonctions logarithmes : généralités, équations de base, quelques problèmes. La troisième envisagerait le calcul de limites et de dérivées, la résolution d'équations et des problèmes de modélisation. Une évaluation sommative sera envisagée en fin de chaque séquence.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'outil informatique doit être utilisé par l'enseignant à des fins de présentation, de comparaison des différentes fonctions des familles puissance, exponentielle et logarithme.
Les élèves s'en servent pour représenter et visualiser rapidement des graphiques.

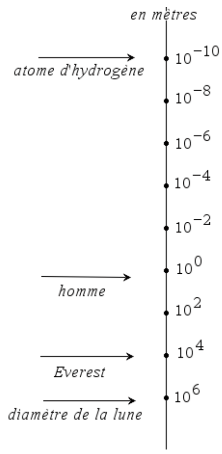
Dans le référentiel, il est prévu (et c'est impératif) de développer cette UAA au premier trimestre. Au sein de cette UAA l'enseignant garde la liberté de l'ordre dans lequel il aborde les fonctions exponentielles et logarithmes.

3.2 Points d'ancrage

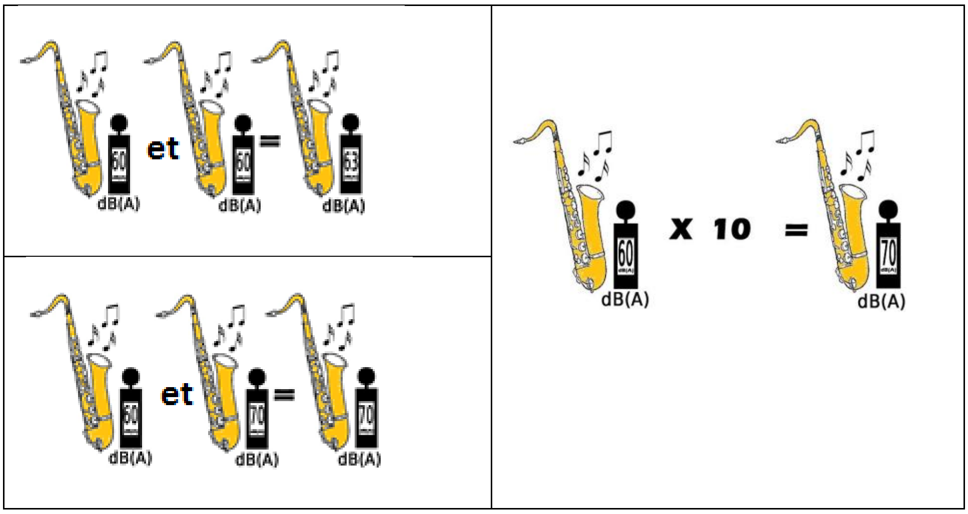
Les exemples qui suivent ont pour but d'amener un questionnement de la part des élèves ainsi qu'une motivation pour aborder différentes notions et ressources qui s'y rapportent. L'idée étant de mettre le problème dans les mains des élèves et d'éviter l'enseignement frontal le plus souvent possible.

a) Les suites géométriques, étudiées dans la 5GUAA2, peuvent servir de point de départ pour l'étude des fonctions exponentielles.

b) Représenter sur un même graphique des ordres de grandeur fort différents tels que la taille d'un homme, la hauteur de l'Everest, le diamètre de la lune et le diamètre d'un atome est difficile à réaliser dans un repère classique. Pour ce faire, il est nécessaire d'utiliser une échelle logarithmique.



c) Interpréter ces images.



On y lit que la mesure d'un bruit d'un effet sonore (en bels ou décibels) ne répond pas aux règles de proportionnalité.
En effet, par exemple, si on double la puissance initiale du bruit, la sensation physiologique produite n'est pas doublée.

3.3 Stratégies pédagogiques

Si l'enseignant le souhaite, il peut intervertir l'ordre des ressources en envisageant de développer les fonctions logarithmes avant d'étudier les fonctions exponentielles en exploitant aussi la réciprocité. Il veillera à la cohérence de son enseignement en fonction de ses choix.

Pour atteindre les objectifs de l'UAA, l'enseignant entrainera les élèves à :

- esquisser le graphique des fonctions exponentielles et logarithmes de base quelconque et les exploiter pour résoudre des équations ou des problèmes ;
- déterminer les conditions d'existence d'une équation logarithmique avant de la résoudre ;
- justifier les étapes de la résolution d'une équation exponentielle ou logarithmique ;
- utiliser à bon escient le théorème de l'Hospital dans le calcul de limites ;
- vérifier la plausibilité d'un résultat lors de la résolution d'un problème.

Il insistera sur :

- le fait que beaucoup de phénomènes ne sont pas linéaires ;
- l'impact des propriétés des fonctions exponentielles et logarithmes sur la compréhension des phénomènes qu'elles modélisent (exemple : deux instruments de 60 dB n'induisent pas un bruit de 120 dB mais bien de 63dB) ;
- l'identification d'une croissance exponentielle : pour un accroissement constant de la variable, le rapport des valeurs de la variable dépendante est constant ;
- le fait que le taux de croissance instantané d'une fonction exponentielle en un réel est proportionnel à l'image de cette fonction en ce réel ; ceci peut être observé à l'aide de l'outil informatique.

Il pourrait illustrer l'énoncé du théorème de l'Hospital dans le cas d'indétermination « 0/0 » en remplaçant les fonctions des numérateur et dénominateur par leur approximation au premier degré ($f(x)=f(a)+f'(a)\cdot(x-a)$ où $f(a)$ est nul).

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Fonctions exponentielles	Les fonctions exponentielles peuvent être introduites à partir des suites géométriques, ce qui nécessite l'introduction des puissances à exposants réels et de leurs propriétés. Après constructions point par point de graphiques de fonctions exponentielles dans des cas simples, on utilisera l'outil informatique pour en construire d'autres. On attirera l'attention sur la croissance ou la décroissance, le domaine de définition et l'ensemble-image, les points particuliers, les limites de ces fonctions.
Fonctions logarithmes	Les fonctions logarithmes peuvent être définies comme fonctions réciproques des fonctions exponentielles. Dans ce cas, on obtiendra aisément le graphique, le domaine de définition, l'ensemble image, les points particuliers, les limites et la croissance des fonctions logarithmes. On indiquera que le logarithme de base 10 est appelé logarithme décimal et se note « log ». On démontrera les propriétés des fonctions logarithmes.
Relation de réciprocité des fonctions exponentielles et logarithmes	Après avoir rappelé la réciprocité de certaines fonctions vues en 4UAA4, on insistera sur la nécessité du caractère injectif d'une fonction pour définir sa fonction réciproque. La propriété de symétrie des graphiques de fonctions exponentielles et logarithmes sera mise en évidence dans un repère orthonormé.
Dérivée des fonctions exponentielles et logarithmes	Les formules des dérivées peuvent être établies. Elles pourront être suggérées, illustrées et interprétées en utilisant l'outil informatique. Elles peuvent servir à la recherche d'extremum et notamment celui de la fonction $x \to e^{-x^2}$.
Fonctions exponentielle et logarithme de base *e*	Le nombre *e* peut être introduit de différentes manières. On étudiera les fonctions exponentielles et logarithme de base *e* ainsi que leurs propriétés. On précisera que la fonction logarithme de base *e* s'appelle la fonction logarithme népérien.
Limites des fonctions exponentielles et logarithmes Règle de l'Hospital	La règle de l'Hospital sera donnée pour lever des indéterminations de type « 0/0 » et « ∞ / ∞ » en insistant sur l'importance de la vérification de ces hypothèses. L'application de ce théorème permet de comparer le

	comportement des fonctions exponentielles, des fonctions logarithmes et des fonctions puissances en 0^{+} et en $+\infty$.
Coordonnées logarithmique et semi-logarithmique	Le repère semi-logarithmique est utilisée pour représenter des phénomènes exponentiels ou des mesures dont l'ordre de grandeur varie, par exemple, de 1 à 1 million. Le repère logarithmique (log-log)est adaptée à l'étude des phénomènes pour lesquels les variables dépendante et indépendante varient sur de grands intervalles (par exemple de 1 à 1million).

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Connaitre	**Commentaires**
Démontrer des propriétés des fonctions logarithmes	
Comparer les croissances des fonctions exponentielles, logarithmes et puissances sur $\mathbb{R}_0^+$	L'élève doit comparer la croissance de ces différentes fonctions sur $\mathbb{R}_0^+$ mais également leur comportement en 0^+ et en $+\infty$.
Appliquer	
Résoudre une équation exponentielle simple	L'élève doit résoudre des équations du type $a^x = b$ et celles qui s'y ramènent aisément.
Résoudre une équation logarithmique simple	Avant la résolution d'équations du type $log_a x = b$ ou s'y ramenant aisément, l'élève doit établir les éventuelles conditions d'existence.
Calculer des limites, des dérivées et des primitives de fonctions exponentielles et logarithmes	L'élève sera éventuellement amené à utiliser le théorème de l'Hospital, la primitivation par parties et par substitution (dans le cadre de l'UAA3). Les fonctions proposées à la dérivation se limiteront à la composée de deux (ou trois) fonctions.
Extraire des informations d'un graphique en coordonnées logarithmique ou semi-logarithmique	L'élève doit déterminer les « vraies grandeurs » représentées dans ce repère, et non les coordonnées des points du graphique.
Transférer	
Choisir une échelle adéquate pour représenter les données d'un problème	En fonction des données du problème, l'élève choisit une échelle (repère) semi-logarithmique ou logarithmique pour les représenter.

Utiliser une fonction logarithme ou exponentielle pour résoudre un problème	L'élève doit résoudre des problèmes issus de divers contextes, par exemple, condensateur électrique, intensité du son, pression atmosphérique, désintégration de substances radioactives, datation au carbone 14, dissolution d'une substance chimique, intérêts composés, évolution d'une population …
Modéliser un nuage de points par une fonction exponentielle	Le modèle étant donné, l'élève doit identifier les différents paramètres définissant la fonction.
Reconnaitre, parmi tous ceux déjà rencontrés, le modèle adéquat à la situation proposée	Lors de situations contextualisées, l'élève doit, parmi les fonctions puissances, exponentielles et logarithmes, reconnaitre la fonction modélisant le problème ; plus particulièrement, les intérêts simples et composés, la chute libre d'un corps, la magnitude d'un séisme, l'évolution démographique, le niveau sonore, la datation carbone 14… Il doit ensuite exploiter ce modèle pour répondre aux questions posées.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Utiliser l'outil informatique : la représentation graphique de fonctions par une calculatrice ou un logiciel permet une comparaison aisée de leurs comportements

Reconnaitre dans des phénomènes naturels différents types de croissance, modéliser et comprendre les limites d'une modélisation : les phénomènes étudiés dans d'autres cours tels que la conversion °C - °F, la chute libre d'un corps, le niveau sonore, le pH, la datation au C^{14}… fournissent de nombreux sujets d'étude.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage (séquence 1)	10 %	70 %	20 %
Pourcentage (séquence 2)	20 %	50 %	30 %
Pourcentage (séquence 3)	0 %	50 %	50 %

Dans la note globale, la séquence 1 aura un peu moins d'importance que chacune des deux autres.

6GUAA5 - Géométrie analytique de l'espace

Compétences à développer

TRADUIRE ANALYTIQUEMENT DES SITUATIONS GÉOMÉTRIQUES DE L'ESPACE

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Cette UAA de géométrie de l'espace prolonge les notions rencontrées au deuxième degré (4UAA2 et 4UAA6) ; on y aborde les volets vectoriel et analytique.
On prendra le temps de traduire vectoriellement et d'exploiter des propriétés d'alignement et de coplanarité pour que l'élève s'approprie ces notions de calcul vectoriel dans l'espace.

Là où la géométrie synthétique est plus difficile à mettre en œuvre, la géométrie analytique est un outil qui permet de résoudre plus simplement certains problèmes. Toutefois, elle peut masquer le côté visuel des objets de l'espace.

1.2 Balises

L'objectif principal étant de résoudre des problèmes de géométrie, on évitera les situations où les développements algébriques sont lourds et fastidieux.

Dans cette UAA, seule la condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs est rencontrée ; le produit scalaire quant à lui n'est pas envisagé.

L'orthogonalité de deux droites, la perpendicularité de deux plans ainsi que d'une droite et d'un plan ne seront pas développées.

Les méthodes de résolution de systèmes seront abordées pour résoudre des problèmes de géométrie ou autres.

2. Contexte

Prérequis

4UAA2 - Géométrie dans l'espace

4UAA6 - Géométrie analytique plane

6GUAA5 - Géométrie analytique de l'espace

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 23 à 25 périodes de cours. Elle doit être divisée en deux séquences, et chacune d'elles sera suivie d'une évaluation sommative.
La première traiterait des notions vectorielles et des équations ; la seconde serait consacrée aux intersections, positions relatives et résolution de problèmes.
Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

Les logiciels de géométrie dynamique peuvent être utilisés par l'enseignant pour illustrer son propos et favoriser une meilleure perception des situations proposées.
L'outil informatique peut être utilisé pour effectuer des calculs lorsque ceux-ci s'avèrent fastidieux.

3.2 Points d'ancrage

La généralisation des notions vues au deuxième degré peuvent être à l'origine des idées et développements de cette UAA. Tout comme les points du plan muni d'un repère sont repérés par un couple de nombres (la coordonnée), ceux de l'espace sont repérés par un triplet ; tout comme l'équation d'une droite est une équation à deux inconnues, celle d'un plan est une équation à trois inconnues.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de l'UAA, l'enseignant entrainera les élèves :

- à établir une démarche structurée précédant la résolution proprement dite d'un problème ;
- à choisir de manière judicieuse le repère de l'espace dans lequel traiter le problème proposé ;
- à utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour visualiser certaines situations de l'espace, pour vérifier des conjectures émises lors d'une recherche ;
- à passer d'un type d'équation à un autre ;
- observer *a priori* le système proposé pour dégager une particularité avant d'en envisager la résolution.

Il insistera sur :

- la signification d'une équation : c'est une condition nécessaire et suffisante d'appartenance d'un point à une droite ou un plan ;
- la signification et l'influence du ou des paramètre(s) présents dans les équations ;
- l'analogie entre le plan et l'espace pour exprimer les conditions de parallélisme, d'orthogonalité…

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	**Commentaires, précisions et conseils méthodologiques**
Repère orthonormé Vecteurs de l'espace Coordonnée d'un point dans l'espace	Chacun choisira l'ordre dans lequel il introduira les notions de vecteurs, de repère orthonormé, de composantes de vecteurs, de coordonnées de points dans l'espace. Dans tous les cas, il n'omettra pas de décomposer un vecteur suivant les vecteurs unitaires du repère pour définir ou illustrer la notion de composantes.

	On établira le lien entre les composantes d'un vecteur et les coordonnées des extrémités d'un de ses représentants.
Addition de deux vecteurs Multiplication d'un vecteur par un réel	Les opérations sur les vecteurs du plan vues dans la 4UAA6 seront généralisées dans l'espace et traduites en termes de composantes. Plus particulièrement, on fera remarquer que toute combinaison linéaire (à coefficients non nuls) de deux vecteurs de même origine fournit un nouveau vecteur contenu dans le plan formé par ces deux vecteurs et de rappeler la notion de dépendance et d'indépendance linéaire (vue dans la 4UAA6).
Distance entre deux points	La distance de deux points d'un plan sera rappelée et adaptée pour obtenir la distance de deux points de l'espace.
Condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs	La condition d'orthogonalité de deux vecteurs sera donnée et vérifiée, notamment pour des vecteurs remarquables dans un cube. On fera la distinction entre droites orthogonales et perpendiculaires.
Condition d'alignement de trois points	La propriété vectorielle d'alignement de trois points sera la généralisation de cette même propriété vue en 4ème. Elle permettra, dans le cas où les coordonnées des points sont données, de déterminer non seulement l'alignement des points mais également les positions relatives de ces points.
Condition de coplanarité de quatre points	Cette condition sera écrite sous forme vectorielle. Elle permettra, les coordonnées des points étant données, de vérifier leur coplanarité, sans passer par l'équation du plan, en décomposant un vecteur d'un plan en fonction de deux autres vecteurs (non linéairement dépendants) de ce plan.
Équations vectorielle, paramétriques et cartésienne d'un plan Équations vectorielle, paramétriques et cartésiennes d'une droite dans l'espace	Les notions de vecteur directeur d'une droite et de vecteurs directeurs d'un plan seront introduites pour aborder les équations vectorielles. Les équations paramétriques ne sont pas qu'une étape dans la détermination de la forme cartésienne des équations ; leur utilité sera mise en évidence, notamment lors de la recherche du point de percée d'une droite dans un plan. On envisagera d'interpréter géométriquement les équations « incomplètes » et on insistera sur le fait que d'un point de vue analytique, une droite est déterminée comme l'intersection de deux plans.

Vecteur normal à un plan	Un vecteur normal à un plan sera défini comme vecteur de direction perpendiculaire à ce plan. On admettra que tout vecteur du plan est orthogonal à ce vecteur normal. On fera alors remarquer qu'un point et un seul vecteur normal à un plan (plutôt que deux vecteurs directeurs) suffisent pour déterminer un plan.
Condition de parallélisme de deux droites, de deux plans	La forme analytique de la condition de parallélisme de deux droites se déduit aisément de leur forme vectorielle. Celle de deux plans s'obtient en comparant les vecteurs normaux.
Intersection de droites et de plans	Les systèmes seront résolus par différentes méthodes. La méthode de substitution sera privilégiée dans les cas simples ; la méthode des combinaisons linéaires (notamment méthode de Gauss) permettra la résolution dans des cas plus généraux. La solution du système sera intérprétée géométriquement.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Connaitre	**Commentaires**
Lier les différentes formes d'équations de droites ou de plans	L'élève doit établir les différentes étapes qui permettent de transformer des équations vectorielles de droites ou de plans en équations paramétriques puis en équations cartésiennes en les justifiant.
Représenter un point de l'espace de coordonnée donnée	L'élève devra faire apparaitre le point en perspective en construisant « la boite » qui le localise dans l'espace.
Interpréter géométriquement le résultat de la résolution d'un système d'équations	Un système précis (représentant des plans et/ou des droites) et son ensemble solution étant donnés, l'élève devra en déduire d'éventuels parallélismes, point de percée, ….
Appliquer	
Vérifier l'alignement de points, la coplanarité de points, l'orthogonalité de deux droites	L'élève exprimera une condition vectorielle et la vérifiera à partir des composantes des vecteurs mis en jeu.

Rechercher des équations de droites et de plans dans l'espace	
Représenter, à partir de leurs équations, des droites et des plans parallèles à un des axes du repère	L'élève fera apparaître la coordonnée des points d'intersection d'une droite parallèle à un des axes du repère avec le plan de coordonnées qu'elle coupe ; il représentera un plan notamment par ses traces dans les plans de coordonnées.
Déterminer l'équation d'une droite ou d'un plan à partir de sa représentation dans un repère	La représentation des droites proposées à l'élève mettra en évidence deux de ses points ou un point et le parallélisme à un axe, à une autre droite dont on connait l'équation. Les plans donnés seront représentés par trois points (pas nécessairement situés sur les axes), par leurs traces dans les plans de coordonnées… Ces droites et plans pourront aussi être proposés dans un cadre contextualisé (par exemple dans un polyèdre).
Déterminer la position relative de droites et de plans	Quelle que soit la façon dont les droites et plans seront décrits, l'élève devra identifier les vecteurs directeurs (ou normaux) afin de conclure au parallélisme ou non.
Déterminer la coordonnée d'un point de percée Déterminer l'intersection de trois plans et en déduire leur position relative	Les systèmes seront résolus par la méthode de substitution (dans les cas simples) ou par la méthode des combinaisons linéaires (notamment méthode de Gauss). L'élève précisera alors la coordonnée du point de percée éventuellement obtenu ou interprétera géométriquement la solution du système.
Transférer	
Traduire un problème en système d'équations et déterminer sa solution	Le problème proposé à l'élève peut être un problème quelconque qui se résout par un système de 3 équations à 3 inconnues (pas nécessairement un problème de géométrie). La solution sera replacée dans son contexte.
Traiter un problème de géométrie dans l'espace	

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Esquisser des figures de l'espace : la représentation des objets de l'espace est utile au citoyen (plan d'une maison, armoire en kit) ; elle sera exploitée aussi en physique.

Utiliser l'outil informatique ou des logiciels de géométrie dynamique : l'usage de ces outils permet de visualiser les situations de l'espace et les différentes étapes d'une construction, de conjecturer des propriétés ou des résultats avant de les valider.

Rédiger, argumenter, structurer, démontrer : l'organisation d'une recherche d'équations de plans ou de droites, d'intersections de plans et/ou de droites… nécessite qu'elle soit structurée, que sa rédaction utilise un vocabulaire et des symboles appropriés.

Mobiliser l'outil algébrique : « la géométrie analytique c'est l'algèbre au secours de la géométrie » (Descartes).

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative de cette UAA, la répartition suivante est proposée :

Processus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Pourcentage (séquence 1)	30%	70%	0%
Pourcentage (séquence 2)	20%	50%	30%

GLOSSAIRE

Causalité : lien qui unit la cause à l'effet.

Condition nécessaire : *P* est une condition nécessaire pour avoir *Q* si dès que *Q* est vraie alors nécessairement *P* est vraie.

Condition suffisante : *P* est une condition suffisante pour avoir *Q* s'il suffit que *P* soit vraie pour que *Q* le soit.

Conjecture : hypothèse qui n'a reçu encore aucune confirmation**.**

Connecteurs logiques

- Conjonction $\wedge$: la conjonction de deux propositions *P* et *Q* est vraie si les deux propositions sont simultanément vraies, sinon elle est fausse.
- Disjonction $\vee$: la disjonction de deux propositions *P* et *Q* est vraie quand l'une des propositions est vraie et est fausse quand les deux sont simultanément fausses.
- Négation $\neg$: la proposition $\neg P$ est vraie quand *P* est fausse et elle est fausse quand *P* est vraie.
- Implication $\Rightarrow$: l'implication $P \Rightarrow Q$ n'est fausse que si P est vraie et *Q* fausse ; elle est vraie dans les trois autres cas.
- Equivalence $\Leftrightarrow$: l'équivalence de deux propositions P et *Q* est vraie lorsque *P* et *Q* sont soit toutes les deux vraies, soient toutes les deux fausses.

Contraposée : la contraposée de $P \Rightarrow Q$ est $\neg Q \Rightarrow \neg P$ (à ne pas confondre avec la réciproque ! la réciproque de l'implication $P \Rightarrow Q$ est $Q \Rightarrow P$).

Dichotomie : la méthode de dichotomie est un algorithme de recherche d'un zéro d'une fonction par partages successifs d'un intervalle en deux parties.

Evaluation formative : évaluation effectuée en cours d'activité et visant à apprécier le progrès accompli par l'élève et à comprendre la nature des difficultés qu'il rencontre lors d'un apprentissage; elle a pour but d'améliorer, de corriger ou de réajuster le cheminement de l'élève; elle se fonde en partie sur l'auto-évaluation[1].

Evaluation sommative : épreuves situées à la fin d'une séquence d'apprentissage et visant à établir le bilan des acquis des élèves[1].

Probabilité a posteriori : probabilité obtenue de manière expérimentale.

Probabilité a priori : probabilité obtenue à partir des règles de calcul des probabilités.

---

[1]Décret définissant les missions prioritaires de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire et organisant les structures propres à les atteindre

Prototypique : conforme à un modèle.

Quantificateurs :

- Quantificateur universel « pour tout » se note $\forall$.
- Quantificateur existentiel « il existe un (c'est-à-dire au moins un)» se note $\exists$.

Repère semi-logarithmique : un des axes du repère est gradué selon une échelle logarithmique.

Repère logarithmique : les deux axes du repère sont gradués selon une échelle logarithmique.

Sémiotique : des représentations sémiotiques sont des productions constituées de signes propres à un domaine donné. En mathématique, on manipule plusieurs types de registres : écritures algébriques, graphiques cartésiens, langage naturel, figures géométriques.

Simulation : l'utilisation d'un générateur de nombres (pseudo) aléatoires d'un outil informatique pour fournir des séries de nombres.

Système sexagésimal : système de numération de base 60.