WALLONIE-BRUXELLES ENSEIGNEMENT

Administration générale de l'Enseignement

Service général de l'Enseignement
organisé par la Fédération Wallonie-Bruxelles

PROGRAMME D'ÉTUDES

MATHÉMATIQUES

467/2015/240

Enseignement secondaire ordinaire

Humanités générales et technologiques

2e degré

INTRODUCTION GÉNÉRALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1. Cadre légal

Le présent programme découle de l'application de l'arrêté du Gouvernement de la Communauté française du 16 janvier 2014 déterminant ***les compétences terminales et savoirs requis à l'issue de la section de transition des humanités générales et technologiques en mathématiques, en sciences de base et en sciences générales et déterminant les compétences terminales et savoirs communs à l'issue de la section de qualification des humanités techniques et professionnelles en éducation scientifique, en français, en sciences économiques et sociales ainsi qu'en sciences humaines.***

2. Les valeurs

Destiné aux établissements de Wallonie-Bruxelles Enseignement (WBE), le contenu de ce programme respecte la charte que le réseau offre à chacun de ses élèves et à sa famille, à savoir la possibilité de vivre et de partager les valeurs essentielles que sont :

DÉMOCRATIE

WBE forme les élèves et les étudiants au respect des Libertés et des Droits fondamentaux de l'Homme, de la Femme et de l'Enfant. Il suscite l'adhésion des élèves et des étudiants à l'exercice de leur libre arbitre par le développement de connaissances raisonnées et l'exercice de l'esprit critique.

OUVERTURE & DÉMARCHE SCIENTIFIQUE

WBE forme des citoyens libres, responsables, ouverts sur le monde et sa diversité culturelle. L'apprentissage de la citoyenneté s'opère au travers d'une culture du respect, de la compréhension de l'autre et de la solidarité avec autrui.

Il développe le goût des élèves et des étudiants à rechercher la vérité avec une constante honnêteté intellectuelle, toute de rigueur, d'objectivité, de rationalité et de tolérance.

RESPECT & NEUTRALITÉ

WBE accueille chaque élève et chaque étudiant sans discrimination, dans le respect du règlement de ses établissements scolaires. Il développe chez ceux-ci la liberté de conscience, de pensée, et la leur garantit. Il stimule leur attachement à user de la liberté d'expression sans jamais dénigrer ni les personnes, ni les savoirs.

ÉMANCIPATION SOCIALE

WBE travaille au développement libre et graduel de la personnalité de chaque élève et de chaque étudiant. Il vise à les amener à s'approprier les savoirs et à acquérir les compétences pour leur permettre de prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle.

Actif face aux inégalités sociales, WBE soutient les moins favorisés afin qu'aucun choix ne leur soit interdit pour des raisons liées à leur milieu d'origine.

Confiants en eux, conscients de leurs potentialités, l'élève et l'étudiant construisent leur émancipation intellectuelle, gage de leur émancipation sociale.

3. Aspects novateurs

Ces aspects novateurs résident tant dans les référentiels que dans ce programme lui-même dont il décline le « comment enseigner ».

3.1. Les référentiels

Les nouveaux référentiels interréseaux ont considérablement resserré les liens qui les unissaient aux programmes. En effet, si les référentiels élaborés entre 1997 et 1999, dans la foulée de l'adoption de l'enseignement par compétences, laissaient une grande latitude aux pouvoirs organisateurs tant en termes de contenus d'apprentissage que d'approche méthodologique, il n'en va pas de même pour ceux visés par l'AGCF du 16.01.2014. En effet, les contenus – compétences ET ressources – y sont listés de manière exhaustive, homogénéisés et répartis en Unités d'Acquis d'Apprentissage (UAA). De plus, ces référentiels précisent les processus (connaître – appliquer – transférer) à activer ainsi que les attendus en termes de productions tant pendant les apprentissages que lors de l'évaluation.
Enfin, ils précisent les attendus au terme de l'étape intermédiaire dans le cursus que représente la fin du deuxième degré.
Pour toutes ces raisons, les référentiels sont repris intégralement dans le présent programme.

3.2. Le programme

Le balisage des contenus évoqués ci-dessus laisse néanmoins suffisamment de champs aux pouvoirs organisateurs pour y développer leur spécificité.
Wallonie-Bruxelles Enseignement a souhaité imprimer la sienne en dotant tous les programmes visés par l'AGCF du 16.01.2014 d'un canevas commun, décliné en un volet **orientation**, un volet **structure** et un volet **formel** et envisage de pérenniser ce canevas pour les programmes à venir.

Orientation

- Afin de répondre au découpage du référentiel mais également dans un souci d'aide à la planification des apprentissages, le présent programme en tant qu'entité couvre ***un degré***, dans sa forme (un seul document) comme dans son contenu.
- Une fois découpés en degrés, les apprentissages doivent s'insérer dans le continuum plus vaste que constitue l'ensemble des Humanités. Ainsi, ce programme organise les contenus de sorte qu'ils s'arriment à ce que l'élève est censé maîtriser tant en amont qu'en aval – lorsqu'aval il y a. De même, il respecte une gradation dans la difficulté des types d'activités proposés.
- Par-delà la dichotomie obligatoire-facultatif, ce programme cible certains contenus comme prioritaires ou ***incontournables***. Cette différenciation peut s'opérer selon la forme d'enseignement où ces contenus sont enseignés ou encore selon la manière dont ils sont abordés.
- Ce programme envisage un redécoupage de l'année scolaire avec l'aménagement de périodes « tampon ». Contrairement aux pratiques habituelles en termes de remédiation et dans un souci d'excellence, ces périodes seront réservées à ***TOUS*** les élèves afin qu'ils améliorent leurs performances quelles qu'elles soient. Ces périodes poursuivent un triple but : ***remédier*** aux lacunes, ***consolider*** les acquis et offrir des activités de ***dépassement (RCD)***. Le programme fait donc apparaître clairement que les évaluations sommatives se pratiquent ***idéalement*** en deux temps suivant le schéma : ***SOMMATIVE 1 – RCD – SOMMATIVE 2.***
- Conformément aux référentiels qui préconisent d'évaluer chacun des trois processus à mettre en œuvre (connaître, appliquer et transférer), le présent programme propose une pondération

minimale entre ces trois processus qui réservera, au fil des degrés, une part croissante au processus de transfert.

- Les référentiels interréseaux fixant clairement des attendus identiques à l'issue des Humanités professionnelles et techniques, il est apparu cohérent de rédiger ***un même programme*** pour l'ensemble de l'enseignement qualifiant. Cette option n'empêche cependant pas à l'intérieur du programme une certaine différenciation selon la forme d'enseignement, les chemins empruntés pour atteindre l'attendu ou via un recalibrage des proportions d'essentiel et d'accessoire.
- Le présent programme met en exergue l'importance du **respect de la norme linguistique** dans les productions attendues.

Structure

- Dans la perspective de donner sens aux apprentissages mais également pour assurer leur pérennité, il apparaît incontournable de leur donner ***une dimension métacognitive***. Celle-ci propose à l'élève un retour sur la démarche qu'il a adoptée mais va plus loin que la simple explicitation de cette dernière. Il s'agit plutôt pour l'élève d'analyser le pourquoi et le comment des choix opérés dans la résolution d'un problème et d'ainsi installer une relation réellement pérenne au savoir. C'est pourquoi ce programme prévoit des phases visant à faire émerger une dimension métacognitive dans les apprentissages.
- Plutôt que des exemples de grilles critériées d'évaluation, ce programme contient des indications méthodologiques permettant aux enseignants d'élaborer leurs propres grilles.

Forme

- Le présent programme se présente sous la ***forme évolutive de classeurs*** contenant plusieurs cahiers parmi lesquels la présente introduction générale et le référentiel interréseaux.
- De même, au-delà de la charte graphique en vigueur pour toutes les publications de l'AGE, ***une présentation commune*** aux programmes est d'application.

RÉFÉRENTIEL

RÉFÉRENTIEL

Annexe I

Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques

HUMANITES GÉNÉRALES ET TECHNOLOGIQUES

PREAMBULE

Pourquoi une réécriture des référentiels ?

Il y a déjà plus de quinze ans, les acteurs scolaires prenaient connaissance de la réforme des compétences (1998-1999: mise en œuvre du décret du 24 juillet 1997 définissant les missions prioritaires de l'Enseignement Fondamental et de l'Enseignement Secondaire et organisant les structures propres à les atteindre). Dès ce moment et jusqu'à ce jour, les acteurs de terrain confrontés à l'énoncé des compétences de leur discipline n'ont cessé de poser des questions fondamentales, comme par exemple : « quand on me parle de telle compétence, de quoi s'agit-il en définitive? », « que me demande-t-on exactement d'enseigner ? », « comment vais-je m'y prendre pratiquement pour atteindre l'objectif ambitieux que l'on m'assigne ? ». Les référentiels conçus entre 1997 et 1999 ne répondaient guère à de telles préoccupations.
Si la question du « *comment enseigner* ? » relève bien des programmes et recommandations méthodologiques propres aux différents Pouvoirs Organisateurs et, plus encore, s'adresse à l'invention pédagogique quotidienne des enseignants, il n'en demeure pas moins que le législateur se doit d'être précis quant au « *quoi enseigner* ? ». En l'occurrence, concernant les compétences, il convient de les « modéliser » au moins en précisant, pour chacune d'elles, quelles sont les ressources à mobiliser, quels sont les processus ou démarches à activer et enfin quelles sont les productions à viser, et ce tant du point de vue de l'apprentissage que de celui de l'évaluation.
Modéliser une compétence, en terme de prescrits, c'est en affiner la représentation pour tous les acteurs et partenaires de l'apprentissage ; c'est aussi établir un contrat didactique qui permet de définir des niveaux de maitrise communs à chaque étape importante du cursus (CEB, CE1D, CESS, CQ…) ; c'est enfin viser davantage de cohérence au fil des parcours scolaires.

En effet, force est de constater que notre enseignement, au vu de son organisation, connait certaines faiblesses structurelles. Notamment :

- l'hétérogénéité des programmes (des différents réseaux) les rend parfois quasi inconciliables et génère des inconvénients majeurs, particulièrement en cas de changement d'école et de réseau, mais aussi en cas d'élaboration d'épreuves d'évaluation externe ;
- des ruptures et des incohérences apparaissent dans les cursus d'apprentissages, tant au niveau des savoirs que des compétences ;
- dans les décrets relatifs aux socles de compétences et aux compétences terminales, les « savoirs requis » en vue de l'exercice de ces compétences ont souvent été définis de façon trop vague.

Ces considérations, maintes fois corroborées par le Service général de l'Inspection, appellent donc à la construction d'une planification réfléchie de l'enseignement des « compétences », et plus particulièrement des « ressources » et « processus » nécessaires à leur mise en œuvre. Il est important en effet :

- de veiller à une certaine continuité des apprentissages d'une année à l'autre, d'une école à l'autre, d'un réseau à l'autre,
- de préciser, en interréseaux, de manière consensuelle et pour un certain nombre de disciplines, des « ressources » qui sont réellement utiles à l'exercice des compétences et que l'on peut raisonnablement considérer comme les fondements d'une culture citoyenne dans le champ disciplinaire concerné.

Il fallait donc réécrire des référentiels qui soient plus précis, plus concrets, plus lisibles en termes de continuité, finalités et contenus des apprentissages et qui puissent favoriser l'organisation d'une planification coordonnée au sein d'un établissement, d'un degré et d'un champ disciplinaire par les acteurs concernés.

La réécriture desdits référentiels a été balisée par un cahier des charges destiné à fournir aux différents groupes de travail disciplinaires un cadre de référence commun. Celui-ci porte d'une part sur l'organisation cohérente des prescrits et d'autre part sur la modélisation des compétences telle qu'attendue. Les lignes qui suivent en synthétisent les éléments essentiels.

Des unités d'acquis d'apprentissage

Pour garantir la cohérence et la progression des apprentissages et en faciliter la planification par les équipes d'enseignants, le référentiel est présenté selon un découpage en unités d'acquis d'apprentissage (UAA). L'approche par unités d'acquis d'apprentissage permet d'organiser des ensembles cohérents, finalisés et évaluables, en fonction de la spécificité de chaque discipline, de ses domaines et objets propres. Chaque UAA vise la mise en place d'une ou plusieurs compétences disciplinaires.

- L'expression « **unité d'acquis d'apprentissage** » désigne « *un ensemble cohérent d'acquis d'apprentissage susceptible d'être évalué* ».
- L'expression « **acquis d'apprentissage**» désigne « *ce qu'un élève sait, comprend, est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage* ».
- Le terme **« compétence »** désigne « *l'aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de savoirs, de savoir-faire et d'attitudes permettant d'accomplir un certain nombre de tâches* ».

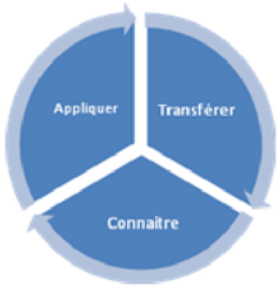
Des ressources, des processus, des stratégies transversales

Le contenu d'une UAA permet l'exercice de compétences en construction tout au long du cursus de formation de l'élève. Pour s'inscrire dans une logique d'acquisition progressive et spiralaire de compétences, chaque unité liste les ressources mobilisées dans l'exercice des compétences visées et précise les processus mis en œuvre lors d'activités permettant de construire, d'entrainer ou d'évaluer les compétences concernées.

- Le listage de **ressources** permet d'identifier l'ensemble des savoirs, savoir-faire, attitudes et stratégies qui seront actualisés, découverts, mobilisés au cours de l'unité d'apprentissage et qui s'avèrent incontournables lors de la réalisation de tâches relevant des compétences visées.
- L'identification de **processus** permet de distinguer des opérations de nature, voire de complexité différente, classées selon trois dimensions :
  - connaitre = Construire et expliciter des ressources
  - appliquer = Mobiliser des acquis dans le traitement de situations entrainées

- transférer = Mobiliser des acquis dans le traitement de situations nouvelles

Ces trois dimensions ne sont pas nécessairement présentes ou développées de la même façon dans toutes les UAA, et ce en fonction des étapes progressives du cursus suivi par l'élève. En outre, leur ordre de succession n'est pas prédéterminé : elles peuvent se combiner et interagir de différentes façons, comme le suggère le schéma ci-dessous. Ainsi, la présentation de ces trois dimensions sous la forme d'interactions vise à souligner le fait que les connaissances ne constituent pas un donné, mais se (re)construisent et (re)configurent au fil des activités d'application et de transfert.



- Les UAA peuvent également faire appel à des démarches ou procédures générales qui, par leur réinvestissement répété dans des contextes variés, prennent un caractère transversal, soit intradisciplinaire (démarche expérimentale, démarche historienne, démarche géographique…) soit transdisciplinaire (techniques de communication écrite ou orale, utilisation d'outils informatiques…) : par convention, elles sont ici dénommées « **stratégies transversales** ». En les explicitant, on évite de les mobiliser comme si elles allaient de soi pour l'élève et ne nécessitaient pas des apprentissages spécifiques.

Des connaissances

L'intentionnalité et l'opérationnalité données aux apprentissages selon la logique « compétences » n'impliquent pas, pour autant, d'éluder la nécessité didactique de mettre en place, progressivement, des **savoirs et savoir-faire décontextualisés des situations d'apprentissage et des tâches d'entrainement**, afin d'en assurer la maitrise conceptualisée (connaitre) et surtout la mobilisation dans des situations entrainées (appliquer) ou relativement nouvelles (transférer).
Dans chaque unité, la dimension « **connaitre** » correspond à la nécessité d'outiller les élèves de connaissances suffisamment structurées et détachées d'un contexte déterminé, susceptibles de pouvoir être mobilisées indifféremment d'une situation donnée à l'autre (lors de tâches d'application et/ou de transfert).
Les **savoirs** (en particulier les outils conceptuels : notions, concepts[1], modèles[2], théories[3]) et les **savoir-faire** (en particulier les procédures, démarches, stratégies) doivent être identifiables, en tant que tels, par l'élève, à l'issue de son apprentissage, pour qu'il puisse les mobiliser en toute connaissance de cause quelle que soit la situation contextuelle de la tâche à résoudre.

[1] Les termes « **notion** » et « **concept** » sont parfois synonymes. Ils réfèrent l'un et l'autre à une représentation utilisée pour parler d'une situation ou d'une famille de situations : généralement, on utilise plutôt le terme « concept » dans un cadre théorique explicite (par exemple, le concept d'*accélération* en physique ou d'*immigration* en histoire) et le terme « notion » dans une approche moins formalisée (par exemple, la notion de *souffrance* qui peut varier selon les paradigmes disciplinaires). Nous retiendrons la définition du concept de BRITT-MARI-BARTH : « Un concept est une construction culturelle produite par une démarche d'abstraction» dans BRITT-MARI BARTH, *Le savoir en construction*, Retz, Paris, 1993, pp.80-81.
[2] Le terme « **modèle** » (ou modélisation) désigne une construction matérielle ou mentale qui permet de rendre compte du réel, avec une plus ou moins grande complexité : par exemple, le modèle de la *cellule*.
[3] Le terme « **théorie** » désigne généralement un modèle élaboré qui intègre et synthétise une série d'autres modèles : par exemple, la théorie de l'*évolution* en biologie.

Il ne s'agit donc pas de capitaliser des savoirs de manière érudite ou de driller des procédures de manière automatique, mais de développer chez l'élève un **niveau « méta »** : être capable à la fois d'expliciter ses connaissances ou ses ressources, et de justifier les conditions dans lesquelles celles-ci peuvent être mobilisées. Il importe en effet de développer chez l'apprenant la conscience de ce que l'on peut faire de ses connaissances et compétences : « *je sais quand, pourquoi, comment utiliser tel savoir* (concept, modèle, théorie…) *ou tel savoir-faire* (procédure, démarche, stratégie…) ». Développer une telle capacité « méta » vise déjà un niveau de compétence relativement complexe.

Des applications et des transferts

Il est opportun, dans le cadre de l'apprentissage comme de l'évaluation des compétences, de distinguer des tâches ou productions qui sont de l'ordre de l'application et des tâches ou productions qui sont de l'ordre du transfert.

- Dans **l'application**, la variation des paramètres entre tâches entrainées et tâches « nouvelles » est faible : on exige moins d'autonomie de la part de l'élève. Les tâches sont en quelque sorte « standardisées » et « routinisées ». La compétence de lecture de la consigne n'en reste pas moins déterminante.

  Le caractère standard d'une situation ou d'un problème proposé est identifiable par rapport aux paramètres qui délimitent la classe des problèmes ou des situations pour le traitement desquels les conceptualisations et les procédures adéquates sont connues de l'élève. Les tâches d'application portent donc sur des problèmes ou situations parents de ceux travaillés en classe et susceptibles d'être résolus par l'élève en fonction de problèmes ou situations « phares » qui serviront de référents pour résoudre ce type de problèmes ou situations.

- Dans le **transfert**, la variation des paramètres entre tâches entrainées et tâches « nouvelles », est plus forte : on attend un plus grand degré d'autonomie de la part de l'élève. Le transfert, comme l'application, est le résultat d'un apprentissage : l'élève doit avoir pris conscience que ce qu'il apprend est transférable à certaines conditions, doit pouvoir identifier la famille (ou classe) de tâches, de problèmes ou de situations où tel transfert est possible, doit avoir appris à construire des homologies entre des tâches, problèmes, situations, contextes tout en relevant des différences qui nécessiteront des ajustements au moment du transfert.

De l'application au transfert :
Plus une tâche combine les différents paramètres ci-dessous, plus elle tend vers le transfert des connaissances et compétences

+ **Autonomie** de l'apprenant : utilisation à bon escient des acquis d'apprentissage sans être guidé dans ses choix
+ **Recontextualisation** des acquis d'apprentissage dans des situations relativement différentes des situations-types d'apprentissage
+ **Capacité d'ajuster** un concept, un modèle, une procédure, une stratégie… en fonction d'un contexte spécifique
+ **Capacité d'assembler/intégrer** des ressources diverses

Concrètement, le référentiel se présente sous la forme de fiches formatées **sur la base des mêmes paramètres**.

- **La partie supérieure** permet d'identifier l'unité d'acquis d'apprentissage, en précisant le domaine disciplinaire concerné et les finalités du processus d'apprentissage en termes de compétences.
- **Le volet inférieur** décrit l'UAA d'un point de vue opérationnel : les ressources incontournables pour l'exercice des compétences, les processus mis en œuvre dans des activités, les stratégies transversales convoquées.

Qui rédige les référentiels ?

Le processus de production des référentiels de compétences terminales est fixé par le décret « Missions »[4].

Selon les termes décrétaux, les groupes de travail chargés de produire les référentiels « sont composés de représentants de l'enseignement secondaire, de l'inspection et de l'enseignement supérieur. Les groupes de travail entendent, à titre d'expert, toute personne qu'ils jugent utile. Le nombre total des représentants de l'enseignement supérieur ne peut être supérieur au nombre de représentants de l'enseignement secondaire ».

En cours de travail, des échanges avec des groupes-tests composés entre autres d'enseignants de la discipline ont été menés pour enrichir et amender les productions.

Tant dans les groupes de travail que dans les groupes-tests les acteurs de terrain sont donc présents.

[4] Article 25 pour les Humanités générales et technologiques et article 35 pour les Humanités professionnelles et techniques. Le mode d'organisation et de fonctionnement de ces groupes est précisé par l'Arrêté du Gouvernement de la Communauté française en date du 29 octobre 1997.

INTRODUCTION

L'apprentissage des mathématiques cultive des compétences qui facilitent une formation tout au long de la vie et aident à mieux appréhender une société en évolution. Au-delà du cadre scolaire, il s'inscrit dans une perspective de formation de l'individu.

Les mathématiques apprises durant l'enseignement secondaire de transition sont utiles à l'élève pour aborder des études supérieures

Les mathématiques ne sont pas seulement un héritage à apprendre et à transmettre aux jeunes, mais surtout un savoir à construire avec eux, savoir caractérisé par ses aspects cumulatifs et spiralaires, les nouvelles notions s'élaborant à partir d'autres.

Les mathématiques fournissent aux jeunes un exemple d'expression concise et exempte d'ambiguïté, susceptible de leur apprendre à penser logiquement, à être précis, à avoir une compréhension spatiale.

Les mathématiques sont nécessaires dans d'autres disciplines. Toutefois, comme l'a écrit Jean-Pierre KAHANE, président de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en France (2011) (Cahier pédagogique n° 427),
« *la spécificité des mathématiques dans l'ensemble des sciences, c'est cette non-spécificité à l'égard de la réalité extérieure. C'est la nature des mathématiques : on ne peut pas dire à quoi elles s'appliquent parce qu'elles viennent de partout et sont susceptibles de s'investir partout ; mais elles sont constituées par des enchaînements conceptuels et logiques dont la validité est universelle* ».

Des mathématiques pour qui ?

Les unités d'acquis d'apprentissage du 2e degré sont communes à tous les élèves. Celles du 3e degré proposent trois orientations :

- les mathématiques de base, pour l'élève qui, outre le bénéfice apporté par cette forme de pensée, utilisera des mathématiques dans sa vie « de citoyen » ;
- les mathématiques générales, pour l'élève qui, de plus, utilisera des mathématiques actives dans l'un ou l'autre domaine ;
- les mathématiques pour scientifiques, pour l'élève qui oriente sa formation vers les sciences, la technologie, la recherche, domaines dans lesquels les mathématiques jouent un rôle essentiel.

Mathématique et outil informatique

Dans le présent référentiel, le terme « outil informatique » est souvent utilisé au sens large ; il peut désigner

- des logiciels didactiques,
- des logiciels de géométrie dynamique,
- des logiciels tableurs,
- des outils de calcul formel, graphique ou scientifique,
- des outils de construction,
- des outils de visualisation,
- des outils de simulation,
- …

Une utilisation bien pensée de l'outil informatique permet

- de limiter le temps consacré à des calculs très techniques ;
- d'illustrer rapidement et efficacement un savoir, un concept ;
- de favoriser la discussion et donc l'appropriation des notions ;
- de repousser les limites des situations proposées ;
- de se focaliser sur le raisonnement ;
- de faciliter les démarches d'investigation ;
- …

L'utilisation de ces outils intervient selon diverses modalités

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, dans un cadre d'apprentissage, de recherche, de remédiation… ;
- …

Mathématique et logique

Les concepts et méthodes de la logique ne font pas l'objet d'un cours spécifique, mais prennent naturellement leur place dans la plupart des unités.
Une bonne formation à la logique permet de mieux maîtriser le débat démocratique : reconnaître la différence entre une cause et une conséquence, enchaîner des raisonnements, tirer une conséquence de plusieurs causes...
La pratique de la logique en mathématique favorise la construction de l'argumentation, la compréhension de textes, le développement de l'esprit critique…

Mathématique et culture

Le cours de mathématique est l'occasion de faire connaitre les apports des diverses cultures au développement des mathématiques.

Connaître le nom de quelques mathématiciens célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution fait partie intégrante du bagage humaniste de tout élève. La présentation de textes historiques aide à comprendre la genèse et l'évolution de certains concepts.

L'impact des mathématiques dans les arts, la peinture, la musique, la géographie, la technologie, la science, l'économie, les sciences humaines, l'environnement… aide à mieux appréhender une société en évolution.

Mathématique et communication

La communication intervient lors de différentes étapes d'une démarche mathématique notamment dans

- la reformulation orale ou écrite dans l'appropriation d'une situation,
- la traduction du langage mathématique en un langage usuel et réciproquement,
- la production d'un dessin, d'un graphique, d'un schéma, d'un tableau,
- la formulation d'une conjecture, d'une stratégie, d'une procédure, d'une argumentation, d'une démonstration, d'une généralisation, d'une synthèse, d'un résultat…,
- la discussion dans la confrontation de points de vue,
- la présentation structurée des données, des arguments, des solutions…

Dans toute communication, orale ou écrite, l'exigence de rigueur s'impose tant pour le langage mathématique que pour la langue française : choix du terme exact, recours aux connecteurs logiques, utilisation de symboles, respect de la syntaxe mathématique, qualité de la présentation, orthographe correcte.

Mathématique et esprit critique

Être capable de raisonner, de justifier, de démontrer, d'argumenter est indispensable dans un monde en perpétuelle évolution. Dans une perspective d'apprentissage tout au long de la vie, il permet d'acquérir un esprit critique, une démarche scientifique et une faculté d'adaptation. L'élève sera régulièrement invité à les exercer lors d'activités telles que

- comparer diverses méthodes de résolution,
- tester les limites d'un modèle,
- vérifier la pertinence des justifications,
- prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat,
- examiner la plausibilité d'une solution,
- juger de la pertinence d'une information reçue,
- envisager et croiser différents points de vue,
- examiner les effets induits par la présentation de données ou de résultats,
- …

Mathématique et statut de l'erreur

La formation mathématique doit contribuer à développer une meilleure estime de soi chez l'élève en donnant un statut positif à l'erreur. L'école est un lieu d'apprentissage où l'élève doit se construire au travers du mécanisme « essai-erreur ». Donner du sens à l'erreur et en décoder les sources permettent d'engager un processus d'analyse et de rectification.

ORIENTATIONS PRISES

Les intitulés et les contenus des unités d'acquis d'apprentissages se réfèrent aux divers domaines mathématiques.

Les unités d'acquis d'apprentissages précisent l'année d'étude.

Même si aucun ordre n'est imposé dans l'enseignement des unités, il va de soi que certaines sont préalables à l'installation d'autres. Dans un souci de lisibilité des unités d'acquis d'apprentissage, les ressources ne sont indiquées qu'une seule fois. Ces ressources peuvent cependant être initiées dans une autre unité.

Les divers processus interagissent les uns avec les autres.

La répartition des unités d'acquis d'apprentissage par degré, par année et par orientation est reprise dans les pages suivantes.

Deuxième degré

Mathématiques

3e année	4e année
Figures isométriques et figures semblables	Statistique descriptive
Triangle rectangle	Géométrie dans l'espace
Approche graphique d'une fonction	Trigonométrie
Premier degré	Fonctions de référence
Outils algébriques	Deuxième degré
	Géométrie analytique plane

Troisième degré

Mathématiques de base

5e année	6e année
Statistique à deux variables	Probabilité
Suite	Lois de probabilités
Modèles de croissance	Géométrie

Troisième degré

Mathématiques générales

5e année	6e année
Statistique à deux variables	Probabilité
Suites	Lois de probabilités
Asymptotes et limites	Intégrale
Dérivée	Fonctions exponentielles et logarithmes
Fonctions trigonométriques	Géométrie analytique de l'espace

Troisième degré

Mathématiques pour scientifiques

5e année	6e année
Statistique à deux variables	Probabilité
Suites	Lois de probabilités
Asymptotes, limites et continuité	Intégrale
Dérivée	Fonctions exponentielles et logarithmes
Fonctions trigonométriques	Fonctions réciproques et cyclométriques
Géométrie vectorielle du plan et de l'espace	Lieux géométriques
Géométrique analytique et synthétique de l'espace	Nombres complexes

Unités d'acquis d'apprentissage

Deuxième degré

3e année : 5 unités
4e année : 6 unités

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)</th></tr>
<tr><td>3UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Figures isométriques et figures semblables</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MOBILISER DES PROPRIÉTÉS DE TRIANGLES ISOMÉTRIQUES, DE TRIANGLES SEMBLABLES
EXPLOITER DES CONFIGURATIONS DE THALÈS
DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer des amplitudes d'angles et justifier à partir des relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle
• Calculer une longueur d'un segment à partir d'égalités de rapports
• Construire une figure à partir d'égalités de rapports
• Dégager des égalités de rapports à partir de triangles semblables</td><td>Transférer
• Démontrer une propriété en utilisant des relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle
• Démontrer que deux triangles sont isométriques pour en dégager une propriété
• Démontrer que deux triangles sont semblables pour en dégager une propriété/un résultat
• Résoudre un problème faisant appel aux triangles isométriques
• Résoudre un problème faisant appel aux triangles semblables</td><td rowspan="2">Angle inscrit, angle au centre dans un cercle
Figures isométriques
Cas d'isométrie des triangles
Théorème de Thalès (sans démonstration) et sa réciproque
Configurations de Thalès
Figures semblables
Cas de similitude des triangles (y compris le cas des triangles à côtés parallèles)

Outils logiques (utilisation en contexte)
Implication (condition nécessaire, suffisante)
Équivalence
Réciproque</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Établir les liens entre des angles interceptant le même arc de cercle
• Reconnaitre des triangles isométriques et justifier à l'aide du cas d'isométrie adéquat
• Reconnaitre et justifier une configuration de Thalès ; en déduire des égalités de rapports
• Reconnaitre des triangles semblables et justifier à l'aide du cas de similitude adéquat
• Tirer une conclusion sur des figures géométriques à partir d'une égalité de rapports</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Dégager les éléments essentiels d'un énoncé ou d'une figure
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique
Utiliser la calculatrice
Tester une conjecture à l'aide de l'outil informatique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)</th></tr>
<tr><td>3UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Triangle rectangle</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DU TRIANGLE RECTANGLE POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES DE CALCUL OU DE CONSTRUCTION
DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour vérifier qu'un triangle est rectangle
• Utiliser les propriétés métriques du triangle rectangle dans des calculs (longueur de segments), des problèmes de construction
• Calculer la distance entre deux points dans un repère orthonormé
• Construire un segment de longueur $\sqrt{a}$ avec a naturel</td><td>Transférer
• Démontrer des propriétés géométriques en utilisant le théorème de Pythagore ou les propriétés métriques du triangle rectangle
• Résoudre un problème (calcul d'une longueur, construction) en utilisant le théorème de Pythagore et les propriétés métriques du triangle rectangle</td><td rowspan="2">Théorème de Pythagore et sa réciproque
Médiane relative à l'hypoténuse
Inscriptibilité d'un triangle rectangle dans un demi-cercle
Propriétés métriques dans un triangle rectangle
Nombres irrationnels

Trigonométrie
Définition du sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le triangle rectangle
Nombres trigonométriques de 30°, 45° et 60°
Angle correspondant à une pente, à une inclinaison exprimée en %

Outils logiques (utilisation en contexte)
Réciproque
Implication
Équivalence
Négation
Contraposition</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Démontrer le théorème de Pythagore et sa réciproque
• Distinguer réciproque et contraposée du théorème de Pythagore
• Transposer les propriétés du triangle rectangle dans des situations non prototypiques
• Reconnaitre les conditions d'application des propriétés du triangle rectangle
• Établir une propriété métrique dans un triangle rectangle
• Établir les nombres trigonométriques dans des triangles rectangles particuliers (30°, 45° et 60°)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
S'adapter à des notations variées et à des situations non prototypiques
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Dégager les éléments essentiels d'un énoncé ou d'une figure
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique
Utiliser la calculatrice
Tester une conjecture à l'aide de l'outil informatique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)</th></tr>
<tr><td>3UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Approche graphique d'une fonction</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RECHERCHER DES INFORMATIONS SUR DES FONCTIONS À PARTIR DE LEUR REPRÉSENTATION GRAPHIQUE</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
À partir de graphiques de fonctions
• Rechercher le domaine, l'ensemble-image et les points d'intersection du graphique de cette fonction avec les axes
• Rechercher les points d'intersection des graphiques de deux fonctions
• Écrire les parties de □ où une fonction est positive, négative ou nulle et construire le tableau de signe correspondant
• Déterminer les parties de □ où une fonction est croissante ou décroissante
• Résoudre des équations et inéquations de type : f(x)=g(x), f(x)<g(x), f(x)>g(x) (y compris lorsque g est une fonction constante)</td><td>Transférer
• Résoudre un problème nécessitant la recherche d'éléments caractéristiques du graphique d'une fonction
• Tracer le graphique d'une fonction qui répond aux conditions données</td><td rowspan="2">Relation, fonction
Graphique d'une fonction
Variable dépendante, variable indépendante
Parties de □
Éléments caractéristiques d'une fonction exclusivement à partir de son graphique
• Domaine et ensemble-image
• Image d'un réel
• Zéro(s)
• Signe

Outil logique (utilisation en contexte)
Quantificateur

Vocabulaire ensembliste (utilisation en contexte)
Union
Intersection
Différence</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Distinguer graphiquement fonction et relation
• Verbaliser la dépendance entre les variables, à partir d'un graphique contextualisé
• Tracer le graphique d'une fonction et d'une relation non fonctionnelle</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Exploiter un graphique
Utiliser les opérateurs ensemblistes</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)</th></tr>
<tr><td>3UAA4</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Premier degré</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RECONNAITRE UNE SITUATION QUI SE MODÉLISE PAR UNE FONCTION DU PREMIER DEGRÉ
TRAITER UN PROBLÈME QUI UTILISE DES FONCTIONS DU PREMIER DEGRÉ</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
Tracer le graphique d'une fonction du premier degré et d'une fonction constante
Déterminer les paramètres m et p d'une fonction répondant à certaines conditions
Déterminer l'image d'un réel par une fonction du premier degré ou par une fonction constante
Vérifier l'appartenance d'un point du plan au graphique d'une fonction du premier degré ou d'une fonction constante
Déterminer algébriquement et graphiquement le point d'intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré et/ou constantes
Résoudre une inéquation du premier degré</td><td>Transférer
Traduire une situation contextualisée par une fonction, une équation ou une inéquation du premier degré
Résoudre un problème qui nécessite l'utilisation de fonctions, d'équations ou d'inéquations du premier degré</td><td rowspan="2">Fonction du premier degré
$x \to mx + p \ (m \neq 0)$
Fonction constante
$x \to p$
Représentation graphique de la fonction du premier degré et de la fonction constante
Rôle des paramètres m et p
Caractéristiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante
Zéro
Signe
Croissance-Décroissance
Inéquation du premier degré
Intersection de deux fonctions du premier degré et/ou constantes

Outils logiques (utilisation en contexte)
Connecteurs (et, ou)
Équivalence</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
Associer tableau de nombres – graphique – expression analytique
Identifier les paramètres m et p dans un tableau de nombres, sur un graphique ou à partir d'une expression analytique</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Modéliser et résoudre des problèmes
Reconnaitre le modèle affin
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (3e année)</th></tr>
<tr><td>3UAA5</td><td>Unité d’acquis d’apprentissage</td><td>Outils algébriques</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MAITRISER DES OUTILS ALGÉBRIQUES POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Résoudre un système de deux équations à deux inconnues
• Calculer une valeur numérique d’un polynôme
• Déterminer les conditions d’existence de fractions rationnelles et les simplifier
• Résoudre une équation contenant des fractions rationnelles
• Modifier la forme d’une expression algébrique dans le but de résoudre une équation ou de simplifier une fraction</td><td>Transférer
• Résoudre un problème se ramenant à la résolution d’un système d’équations
• Résoudre un problème mobilisant la notation scientifique</td><td rowspan="2">Principes d’équivalence des inégalités
Équations impossible et indéterminée
Règle du produit nul
Équation produit
Système d’équations linéaires
Puissances à exposant entier
Racines (carrée – cubique)
Polynômes à une variable
degré
coefficients
opérations
Loi du reste
Factorisation
Fractions rationnelles</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Justifier les différentes étapes d’une résolution d’équation ou d’inéquation
• Ecrire l’égalité traduisant la division d’un polynôme par un autre
• Reconnaître qu’un polynôme est divisible par (x-a) sans effectuer la division</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Acquérir les techniques algébriques pour traiter diverses situations
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2^e degré de transition (4^e année)</th></tr>
<tr><td>4UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Statistique descriptive</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
À PARTIR D'INFORMATIONS COLLECTÉES DANS LES MÉDIAS, DE RÉSULTATS DE SIMULATIONS OU D'EXPÉRIENCES,
- CHOISIR, ÉTABLIR UNE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE PERTINENTE ;
- DÉTERMINER DES INDICATEURS UTILES POUR ÉCLAIRER UNE SITUATION DONNÉE ;
- INTERPRÉTER ET RELATIVISER LA PORTÉE D'INFORMATIONS GRAPHIQUES OU NUMÉRIQUES.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer ou estimer les indicateurs de position et de dispersion et les positionner sur un graphique
• Construire différents graphiques statistiques
• Extraire une information de graphiques et de tableaux statistiques
• Utiliser l'inégalité de Tchebychev</td><td>Transférer
• Choisir un support graphique, une valeur centrale, un indice de dispersion pour étudier une situation
• Critiquer des informations graphiques, numériques, textuelles…
• Commenter des informations fournies sur un même sujet par différents supports
• Interpréter un résultat obtenu en lien avec le caractère étudié et le contexte</td><td rowspan="2">Population et échantillon
Caractères qualitatif et quantitatif
Caractères discret et continu
Classes de données, centre de classe
Effectifs et fréquences cumulés
Indicateurs de position : mode, moyenne arithmétique, médiane, quartiles
Indicateurs de dispersion : étendue, variance, écart-type, intervalle interquartile
Graphiques statistiques : boite à moustaches, histogramme et diagrammes cumulatifs
Fonctions statistiques et graphiques d'un logiciel (ordinateur, tablette ou calculatrice)
Inégalité de Tchebychev (sans démonstration)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Expliquer le vocabulaire statistique
• Identifier les différents types de caractères statistiques et décrire les informations graphiques et numériques qui peuvent y être associées
• Expliquer pour quels usages sont requis les indicateurs de position et/ou de dispersion</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Organiser et synthétiser des informations
Développer l'esprit critique
Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation des résultats
Décoder les informations statistiques issues de divers contextes</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2^e degré de transition (4^e année)</th></tr>
<tr><td>4UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Géométrie dans l'espace</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
VISUALISER DANS L'ESPACE DES OBJETS À PARTIR DE LEURS REPRÉSENTATIONS PLANES
CONSTRUIRE DES REPRÉSENTATIONS PLANES D'OBJETS
JUSTIFIER DES CONSTRUCTIONS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Représenter dans un plan un objet de l'espace
• Construire un point de percée
• Construire une section plane</td><td>Transférer
• Justifier la construction d'un point de percée, d'une section plane
• Vérifier la coplanarité de points, de droites
• Construire l'ombre d'un objet
• Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace</td><td rowspan="2">Représentation plane d'un objet de l'espace
Comparaison entre perspectives cavalière et centrale
Caractérisation d'une droite et d'un plan
Positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan
Propriétés utiles aux constructions des points de percée et des sections planes

Outil logique (utilisation en contexte)
Implication

Vocabulaire ensembliste (utilisation en contexte)
Appartenance, inclusion, intersection</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Repérer les positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Visualiser dans l'espace
Décoder des représentations planes d'objets de l'espace
Justifier et raisonner
Utiliser des logiciels de géométrie dynamique
Tracer avec précision
Dégager des constructions mathématiques dans une œuvre d'art</td></tr>
</table>

Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)		
4UAA3	Unité d'acquis d'apprentissage	*Trigonométrie*

Compétences à développer

GÉNÉRALISER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES EN UTILISANT DES OUTILS TRIGONOMÉTRIQUES

Processus		Ressources
Appliquer • *Calculer l'amplitude d'un angle avec calculatrice* • *Calculer la longueur d'un côté d'un triangle avec calculatrice* • *Calculer l'aire d'un triangle avec calculatrice*	***Transférer*** • *Utiliser les relations trigonométriques pour traiter une application géométrique, topographique, physique, …* • *Calculer une distance inaccessible dans le plan ou dans l'espace*	Définition du sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le cercle trigonométrique Relations principales $\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$ $\tan(x)=\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ Formule de l'aire d'un triangle quelconque Relation des sinus Théorème d'Al Kashi
Connaitre • *Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle ainsi que ses nombres trigonométriques* • *Établir le lien entre triangles semblables et nombres trigonométriques* • *Interpréter géométriquement les relations principales*		

Stratégies transversales

Utiliser la calculatrice

Vérifier la plausibilité d'un résultat

Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée

Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés

Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans différentes cultures

Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)

4UAA4	Unité d'acquis d'apprentissage	*Fonctions de référence*

Compétences à développer
S'APPROPRIER DIFFÉRENTS MODÈLES FONCTIONNELS

Processus		Ressources
Appliquer • *Apparier des graphiques de transformées de fonctions de référence et des expressions analytiques et justifier* • *Trouver l'expression analytique d'une transformée d'une fonction de référence à partir de son graphique* • *Tracer le graphique d'une transformée d'une fonction de référence* • *Résoudre algébriquement et graphiquement des équations du type f(x)=k où f est une transformée d'une fonction de référence.*	**Transférer** • *Modéliser une situation par une transformée d'une fonction de référence pour en tirer des informations*	Représentations graphiques des fonctions de référence : • $x \to x$ • $x \to \frac{1}{x}$ • $x \to x^2$ • $x \to x^3$ • $x \to \lvert x \rvert$ • $x \to \sqrt{x}$ • $x \to \sqrt[3]{x}$ Croissance, décroissance, extremums sur un intervalle Parité Caractéristiques graphiques des fonctions de référence • asymptote • point d'inflexion • relation de réciprocité Transformées de fonctions par • symétrie orthogonale • translation • affinité
Connaitre • *Tracer le graphique d'une fonction de référence* • *Associer un type de fonction de référence à une situation donnée* • *Identifier la relation de réciprocité qui unit les fonctions* $x \to x^2$ *et* $x \to \sqrt{x}$, $x \to x^3$ *et* $x \to \sqrt[3]{x}$ • *Interpréter graphiquement les définitions de croissance, décroissance, extremum, parité*		

Stratégies transversales
Utiliser la calculatrice graphique et/ou un outil informatique
Reconnaitre les fonctions de référence dans d'autres contextes

Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)

4UAA5	Unité d'acquis d'apprentissage	Deuxième degré

Compétences à développer

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES, Y COMPRIS D'OPTIMISATION, SE MODÉLISANT PAR UNE ÉQUATION, UNE INÉQUATION OU UNE FONCTION DU 2E DEGRÉ

ASSOCIER GRAPHIQUES ET EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE FONCTIONS DU 2E DEGRÉ

<table>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr>
<td>Appliquer
• Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du 2e degré
• Associer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à son graphique et réciproquement
• Construire l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à partir de son graphique et réciproquement
• Déterminer les caractéristiques d'une fonction du 2e degré
• Déterminer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré répondant à des conditions données</td>
<td>Transférer
• Modéliser et résoudre un problème d'optimisation
• Modéliser et résoudre des problèmes issus de situations diverses</td>
<td rowspan="2">Fonction du 2e degré
Caractéristiques de la fonction du 2e degré
• Zéro
• Signe
• Croissance, décroissance
• Extremum
Caractéristiques de la parabole d'axe vertical
• Sommet
• Axe de symétrie
• Concavité
Équations et inéquations du 2e degré
Somme et produit des solutions de l'équation du 2e degré
Forme factorisée du trinôme du 2e degré</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Connaitre
• Lier les diverses écritures de la fonction du 2e degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique:
$x \to a(x-\alpha)^2+\beta$
$x \to ax^2+bx+c$
$x \to a(x-x_1)(x-x_2)$
• Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2e degré</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">Stratégies transversales
Modéliser et résoudre des problèmes
Critiquer un résultat
Communiquer et présenter des résultats
Reconnaitre le modèle quadratique
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction</td>
</tr>
</table>

Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)

4UAA6	Unité d'acquis d'apprentissage	*Géométrie analytique plane*

Compétences à développer
TRADUIRE ANALYTIQUEMENT DES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES

Processus		Ressources
Appliquer • *Construire la somme de deux vecteurs* • *Représenter un multiple de vecteur* • *Décomposer un vecteur selon deux directions données* • *Rechercher les équations vectorielle et cartésienne d'une droite* • *Rechercher l'équation d'une droite comprenant deux points, comprenant un point et de direction donnée* • *Calculer la distance d'un point à une droite* • *Rechercher l'équation cartésienne d'un cercle* • *Rechercher le centre et le rayon d'un cercle d'équation donnée* • *Construire une parabole de foyer et de directrice donnée* • *Rechercher une intersection entre droites, entre droite et cercle*	**Transférer** • *Vérifier une propriété géométrique élémentaire par une méthode analytique* • *Résoudre un problème de géométrie analytique plane* • *Rechercher les coordonnées de points d'intersection de droites remarquables d'un triangle en limitant la technicité ou en utilisant l'outil informatique*	Vecteurs Addition de deux vecteurs Multiplication d'un vecteur par un réel Vecteurs colinéaires Repère orthonormé Composantes d'un vecteur Vecteur directeur d'une droite Équations vectorielle, paramétriques et cartésienne d'une droite Droite d'équation $ax+by+c=0$ Coefficient angulaire d'une droite Condition de parallélisme et de perpendicularité de deux droites Distance entre un point et une droite Milieu d'un segment Définition de la parabole en tant que lieu géométrique Équation cartésienne d'une parabole d'axe vertical Équation cartésienne d'un cercle
Connaitre • *Associer un lieu à son expression analytique* • *Représenter un vecteur dans le plan*		

Stratégies transversales
Construire une démarche de pensée
Utiliser des logiciels de géométrie dynamique

Unités d'acquis d'apprentissage

Troisième degré

Mathématiques de base

5e année : 3 unités
6e année : 3 unités

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5B UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Statistique à 2 variables</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DIFFÉRENCIER CAUSALITÉ ET CORRÉLATION
ÉTUDIER LA PERTINENCE DE L'AJUSTEMENT DES DONNÉES À UN MODÈLE LINÉAIRE À PARTIR DE RELEVÉS STATISTIQUES OU D'EXPÉRIMENTATIONS SCIENTIFIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer l'équation d'une droite de Mayer.
• Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer un ajustement linéaire et un coefficient de corrélation
• Calculer une valeur théorique correspondant à un ajustement linéaire</td><td>Transférer
• Critiquer et commenter des informations présentées ou calculées</td><td rowspan="2">Représentation d'une série statistique à deux variables
Point moyen
Ajustement linéaire
Méthode de Mayer
Coefficient de corrélation linéaire
Distinction entre causalité et corrélation
Fonctions statistiques et graphiques de l'outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Expliquer l'intérêt d'un ajustement
• Expliquer par un exemple la différence entre causalité et corrélation
• Interpréter le lien entre la forme d'un nuage de points et un coefficient de corrélation</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation de résultats
Décoder des informations statistiques issues de divers contextes
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Interpréter un résultat dans son contexte</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5B UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Suites</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DES SUITES DANS DES SITUATIONS VARIÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Représenter graphiquement une suite
• Trouver le terme général d'une suite arithmétique, géométrique
• Rechercher un terme d'une suite arithmétique, géométrique
• Déterminer la limite d'une suite arithmétique, géométrique
• Calculer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique, géométrique
• Trouver le taux, l'intérêt ou la durée d'un placement à intérêts simples ou à intérêts composés
• Réaliser un tableau d'amortissement d'un prêt à l'aide de l'outil informatique</td><td>Transférer
• Résoudre un problème faisant intervenir des suites dans différents contextes
• Comparer des rendements de placements</td><td rowspan="2">Suites
Exemples
Suites arithmétiques, suites géométriques
Terme général
Somme des n premiers termes
Type de croissance
Convergence
Intérêts simples, intérêts composés
Tableau d'amortissement</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Caractériser une suite de nombres : type de suite, type de croissance
• Donner un exemple de suite convergente ou non convergente
• Générer une suite vérifiant certaines conditions</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans différentes cultures
Utiliser l'outil informatique
Faire appel au raisonnement mathématique pour dépasser l'intuition
Mobiliser dans d'autres disciplines et dans le quotidien les concepts installés</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5B UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Modèles de croissance</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
S'APPROPRIER DES MODÈLES DE CROISSANCE POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Approcher le taux d'accroissement instantané en calculant différents taux d'accroissement
• Lire un graphique en échelle (semi-) logarithmique
• Construire un graphique en échelle (semi-) logarithmique</td><td>Transférer
• Décrire l'évolution d'un phénomène à partir de sa représentation graphique
• Résoudre un problème qui requiert une modélisation par une fonction puissance, exponentielle ou logarithme</td><td rowspan="2">Taux d'accroissement d'une fonction en un point
Taux d'accroissement instantané (approche intuitive du nombre dérivé) et interprétation graphique
Famille des fonctions puissances
x^a avec $a = \frac{1}{2}$ ou $a = \frac{1}{3}$ ou $a \in \sqcup$,
exponentielles, logarithmes.
Croissance exponentielle, croissance logarithmique
Relation de réciprocité entre fonction exponentielle et fonction logarithme
Échelle (semi-) logarithmique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer à une situation donnée le modèle de croissance correspondant
• Comparer graphiquement les croissances de fonctions d'une même famille
• Comparer graphiquement les croissances des fonctions puissances, exponentielles et logarithmes sur $\ulcorner_0^+$
• Identifier la relation de réciprocité qui unit les fonctions exponentielles et logarithmes</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Reconnaitre dans des phénomènes naturels différents types de croissance
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6B UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
INTERPRÉTER DES PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES DE LA VIE COURANTE
ANALYSER ET CRITIQUER DES INFORMATIONS À CARACTÈRE PROBABILISTE</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer une probabilité, y compris conditionnelle droites, entre droite et cercle</td><td>Transférer
• Résoudre un problème à caractère probabiliste.
• Analyser, critiquer des informations probabilistes y compris des résultats de simulations</td><td rowspan="2">Outils d'appropriation et de calcul de probabilités
- arbre
- diagramme de Venn
- simulation
- tableau
Expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements
Probabilité d'un événement
Propriétés des probabilités
Probabilité conditionnelle</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Identifier des probabilités parmi des informations
• Extraire d'un arbre donné la probabilité d'un événement
• Identifier l'événement associé à une probabilité donnée à partir d'un arbre, d'un diagramme, d'un tableau
• Identifier « expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements » dans un énoncé</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
Développer l'esprit critique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6B UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Lois de probabilités</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DÉTERMINER UNE PROBABILITÉ DANS UN CONTEXTE DONNÉ EN UTILISANT LES LOIS BINOMIALE ET NORMALE</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer une probabilité dans un contexte qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale
• Déterminer l'ensemble des valeurs de la variable correspondant à une probabilité donnée</td><td>Transférer
• Modéliser une situation concrète par une loi de probabilité
• Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale</td><td rowspan="2">Variable aléatoire suivant une loi uniforme
Espérance mathématique et écart-type

Variable aléatoire suivant une loi binomiale
Épreuve et schéma de Bernoulli
Coefficients binomiaux
Probabilité de k succès dans un schéma de Bernoulli
Espérance mathématique et écart-type

Variable aléatoire suivant une loi normale
Espérance mathématique et écart-type
Graphique de la distribution de probabilité

Table de la loi normale et outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer une loi de probabilité à un contexte donné et identifier ses paramètres
• Interpréter graphiquement une probabilité dans le cas de la loi normale</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Lire et utiliser une table
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques de base : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6B UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Géométrie</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MANIPULER, REPRÉSENTER DES OBJETS ET QUANTIFIER CERTAINS DE LEURS ÉLÉMENTS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Rechercher un point de fuite, une ligne d'horizon sur une représentation de l'espace en perspective centrale</td><td>Transférer
• Organiser les étapes d'une construction à réaliser à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique
• Passer d'un mode de représentation à un autre</td><td rowspan="2">Perspective cavalière
Perspective centrale
Vues coordonnées
Maquettes et développements</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Reconnaitre une figure faite en perspective cavalière ou en perspective centrale</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Visualiser dans l'espace
Tracer avec précision
Utiliser des logiciels de géométrie dynamique
Mobiliser dans le quotidien les représentations installées</td></tr>
</table>

Unités d'acquis d'apprentissage

Troisième degré

Mathématiques générales

5e année : 5 unités
6e année : 5 unités

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5G UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Statistique à 2 variables</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DIFFÉRENCIER CAUSALITÉ ET CORRÉLATION
ÉTUDIER LA PERTINENCE DE L'AJUSTEMENT DES DONNÉES À UN MODÈLE LINÉAIRE À PARTIR DE RELEVÉS STATISTIQUES OU D'EXPÉRIMENTATIONS SCIENTIFIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer l'équation d'une droite de Mayer
• Calculer un coefficient de corrélation
• Déterminer l'équation d'une droite de régression par la méthode des moindres carrés
• Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer un ajustement linéaire et un coefficient de corrélation
• Calculer une valeur théorique correspondant à un ajustement linéaire</td><td>Transférer
• Critiquer et commenter des informations présentées ou calculées</td><td rowspan="2">Représentation d'une série statistique à deux variables
Point moyen
Ajustement linéaire
Méthodes de Mayer et des moindres carrés
Covariance
Coefficient de corrélation linéaire
Distinction entre causalité et corrélation
Fonctions statistiques et graphiques de l'outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Expliquer l'intérêt d'un ajustement
• Expliquer par un exemple la différence entre causalité et corrélation
• Associer nuages de points et coefficients de corrélation
• Expliquer le principe de la méthode des moindres carrés</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation de résultats
Décoder des informations statistiques issues de divers contextes
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Interpréter un résultat dans son contexte</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5G UAA2</td><td>Unité d’acquis d’apprentissage</td><td>Suites</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DES SUITES DANS DES SITUATIONS VARIÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Représenter graphiquement une suite
• Trouver le terme général d'une suite arithmétique, géométrique
• Rechercher un terme d'une suite arithmétique, géométrique
• Déterminer la limite d'une suite arithmétique, géométrique
• Calculer la somme de n termes consécutifs d’une suite arithmétique, géométrique
• Trouver le taux, l'intérêt ou la durée d'un placement à intérêt simple ou à intérêt composé
• Réaliser un tableau d’amortissement d’un prêt à l’aide de l’outil informatique</td><td>Transférer
• Résoudre un problème où interviennent des suites, dans différents contextes</td><td rowspan="2">Suites
Définition en fonction du rang
Définition par récurrence
Suites arithmétiques, suites géométriques
Terme général
Somme des n premiers termes
Type de croissance
Convergence
Intérêts simples, intérêts composés
Tableau d’amortissement</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Caractériser une suite de nombres : type de suite, type de croissance
• Donner des exemples de suite convergente ou non convergente
• Démontrer la formule donnant la somme des n premiers termes d’une suite arithmétique, d’une suite géométrique
• Générer une suite vérifiant certaines conditions</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Situer les apports mathématiques dans l’histoire et dans les différentes cultures
Utiliser l’outil informatique
Faire appel au raisonnement mathématique pour dépasser l’intuition
Mobiliser dans d’autres disciplines et dans le quotidien les concepts installés
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5G UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Asymptotes et limites</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
ARTICULER EXPRESSION ANALYTIQUE, REPRÉSENTATION GRAPHIQUE ET COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE D'UNE FONCTION</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer, à partir de l'expression analytique d'une fonction, son domaine et les limites qui apportent des informations sur son graphique
• Calculer des limites et les interpréter graphiquement
• Apparier des graphiques et des informations sur les limites et les asymptotes d'une fonction
• Traduire en termes de limites les comportements asymptotiques d'une fonction, à partir de son graphique
• Rechercher les équations des asymptotes au graphique d'une fonction
• Utiliser le comportement asymptotique d'une fonction pour approcher sa valeur en un point</td><td>Transférer
• Esquisser le graphique d'une fonction vérifiant certaines conditions sur les limites et les asymptotes
• Rechercher l'expression analytique d'une fonction répondant à certaines conditions relatives à ses limites et à ses asymptotes</td><td rowspan="2">Opérations sur les fonctions (y compris la composition)
Limite d'une fonction
Règles de calcul des limites
Asymptotes

Dans cette UAA, on se limitera, pour les calculs, aux fonctions rationnelles</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Identifier dans l'expression analytique d'une fonction donnée les fonctions usuelles, les opérations et leur hiérarchie
• Donner un exemple de limite de fonction illustrant un cas d'indétermination</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Utiliser l'outil informatique
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5G UAA4</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Dérivée</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
LIER CONCEPTS DE TANGENTE, DE TAUX D'ACCROISSEMENT, DE CROISSANCE ET DE CONCAVITÉ À L'OUTIL « DÉRIVÉE »
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION DANS DES CONTEXTES DIVERS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Apparier des graphiques de fonctions à ceux de leur dérivée première et/ou seconde
• Calculer les dérivées d'une fonction
• Déterminer l'équation de la tangente en un point du graphique d'une fonction et la représenter</td><td>Transférer
• Synthétiser des informations sur une fonction pour la représenter
• Résoudre un problème relatif au comportement local d'une fonction
• Esquisser le graphique de la dérivée d'une fonction à partir du graphique de celle-ci et réciproquement
• Esquisser localement l'allure du graphique d'une fonction à partir d'informations sur ses dérivées première et seconde
• Distinguer, entre deux graphiques donnés, celui de la fonction et celui de sa dérivée première</td><td rowspan="2">Taux d'accroissement
Nombre dérivé
Tangente en un point du graphique d'une fonction
Fonction dérivée
Dérivée des fonctions de référence
Formules de dérivation
Liens entre la dérivée première et la croissance d'une fonction
Extremum local
Liens entre la dérivée seconde et la concavité du graphique d'une fonction
Point d'inflexion

Dans cette UAA, on se limitera, pour les calculs, aux fonctions rationnelles et racine carrée</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Interpréter graphiquement la définition du nombre dérivé
• Associer le comportement d'une fonction au signe de sa dérivée première et/ou au signe de sa dérivée seconde</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Développer différentes stratégies d'optimisation
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
Mobiliser et résoudre des problèmes</td></tr>
</table>

Mathématiques générales : 3e degré de transition (5e année)

5G UAA5	Unité d'acquis d'apprentissage	*Fonctions trigonométriques*

Compétences à développer

RELIER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE À CELLE DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN RÉEL
MODÉLISER ET RÉSOUDRE DES PROBLÈMES À L'AIDE DE FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Processus		Ressources
Appliquer • *Calculer une amplitude d'angle, une longueur d'arc de cercle et une aire de secteur* • *Apparier des graphiques de transformées de fonctions trigonométriques et des expressions analytiques* • *Trouver l'expression analytique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique à partir de son graphique* • *Tracer le graphique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique* • *Résoudre des équations du type* $\sin(x)=a$, $\cos(x)=a$, $\tan(x)=a$ *en utilisant la calculatrice, le cercle trigonométrique et les fonctions trigonométriques* • *Résoudre graphiquement et/ou algébriquement une équation trigonométrique du type* $a\sin(bx+c)=k$ • *Déterminer l'amplitude, la période, le déphasage et les extremums d'une fonction trigonométrique*	**Transférer** • *Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une fonction du type* $x \to a\sin(bx+c)$	Nombre π Angles, arcs, secteurs circulaires Radian Angles orientés Fonctions trigonométriques de référence $x \to \sin(x)$ $x \to \cos(x)$ $x \to \tan(x)$ Fonction trigonométrique $x \to a\sin(bx+c)$ Amplitude, période, déphasage
Connaitre • *Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle donné, ainsi que ses nombres trigonométriques* • *Représenter graphiquement les fonctions trigonométriques* • *Associer graphiquement les nombres trigonométriques d'un angle et les images d'un réel par une fonction trigonométrique* • *Interpréter le rôle des paramètres a, b et c de la fonction* $x \to a\sin(bx+c)$		

Stratégies transversales

Reconnaitre des phénomènes naturels périodiques
Utiliser l'outil informatique
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6G UAA1</td><td>Unité d’acquis d’apprentissage</td><td>Probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
UTILISER LE CALCUL DES PROBABILITÉS POUR COMPRENDRE DES PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES DE LA VIE COURANTE, POUR ANALYSER ET CRITIQUER DES INFORMATIONS CHIFFRÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Utiliser des simulations faites avec un outil informatique ou des données statistiques pour calculer des probabilités a posteriori
• Utiliser des tableaux, des diagrammes, des arbres ou des formules de combinatoire pour calculer une probabilité a priori, y compris conditionnelle
• Vérifier si deux événements donnés sont dépendants ou indépendants</td><td>Transférer
• Résoudre un problème de probabilité en utilisant une méthode de dénombrement
• Utiliser le calcul des probabilités pour comprendre la portée d’informations chiffrées, les analyser et les critiquer y compris dans le cadre de jeux de hasard</td><td rowspan="2">Outils d’appropriation et de calcul de probabilités
- arbre
- diagramme de Venn
- simulation
- tableau
- analyse combinatoire
▪ arrangements avec et sans répétitions
▪ combinaisons sans répétitions
▪ permutations avec et sans répétitions
Expérience aléatoire, catégorie d’épreuve, événements
Probabilité d’un événement
Propriétés des probabilités
Probabilité conditionnelle
Événements indépendants</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Extraire d’un arbre donné la probabilité d’un événement
• Identifier l’événement associé à une probabilité donnée à partir d’un arbre, d’un diagramme, d’un tableau
• Identifier « expérience aléatoire, catégorie d’épreuve, événements » dans un énoncé</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l’outil informatique
Vérifier la plausibilité d’un résultat
S’aider d’un schéma pour éclairer une situation
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
Développer l’esprit critique</td></tr>
</table>

Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année)		
6G UAA2	**Unité d'acquis d'apprentissage**	***Lois de probabilités***
Compétences à développer DÉTERMINER UNE PROBABILITÉ DANS UN CONTEXTE DONNÉ EN UTILISANT LES LOIS BINOMIALE ET NORMALE		
Processus		**Ressources**
Appliquer • *Calculer une probabilité dans un contexte qui requiert l'utilisation d' une loi de probabilité binomiale ou normale* • *Déterminer l'ensemble des valeurs de la variable correspondant à une probabilité donnée*	**Transférer** • *Modéliser une situation concrète par une loi de probabilité* • *Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale*	Variable aléatoire Espérance mathématique Ecart-type Distribution de probabilité Fonction de répartition Loi uniforme Espérance mathématique et écart-type Loi binomiale Épreuve et schéma de Bernoulli Espérance mathématique et écart-type Distribution de probabilité Loi normale Espérance mathématique et écart-type Graphique de la distribution de probabilité Table de la loi normale et outil informatique
Connaitre • *Associer une loi de probabilité à un contexte donné et identifier ses paramètres* • *Interpréter graphiquement une probabilité dans le cas de la loi normale* • *Associer les concepts de statistique à ceux de probabilité*		
Stratégies transversales Développer l'esprit critique Lire et utiliser une table Utiliser l'outil informatique Vérifier la plausibilité d'un résultat Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes S'aider d'un schéma pour éclairer une situation		

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6G UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Intégrale</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RÉSOUDRE UN PROBLÈME À L'AIDE DU CALCUL INTÉGRAL</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Approximer une aire par une somme d'aires élémentaires à l'aide d'un outil informatique
• Vérifier qu'une fonction donnée est la primitive d'une autre
• Déterminer une primitive
• Calculer une intégrale définie
• Calculer la mesure d'une aire, d'un volume</td><td>Transférer
• Utiliser le calcul intégral pour résoudre des problèmes</td><td rowspan="2">Encadrement d'une aire, d'un volume
Intégrale définie
Théorème fondamental
Primitives
Aire d'une surface plane
Volume d'un solide de révolution</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Illustrer graphiquement et justifier la formule du calcul d'un volume d'un solide de révolution
• Écrire les intégrales qui permettent de calculer l'aire d'une zone sélectionnée sur un graphique</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année[5])</th></tr>
<tr><td>6G UAA4</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Fonctions exponentielles et logarithmes</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MODÉLISER UNE SITUATION PAR UNE FONCTION EXPONENTIELLE OU PAR UNE FONCTION LOGARITHME
RÉSOUDRE UN PROBLÈME QUI NÉCESSITE LE RECOURS À DES FONCTIONS EXPONENTIELLES OU LOGARITHMES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Résoudre une équation exponentielle simple
• Résoudre une équation logarithmique simple
• Calculer des limites, des dérivées et des primitives de fonctions exponentielles et logarithmes
• Extraire des informations d'un graphique en coordonnées logarithmique ou semi-logarithmique</td><td>Transférer
• Choisir une échelle adéquate pour représenter les données d'un problème
• Utiliser une fonction logarithme ou exponentielle pour résoudre un problème
• Modéliser un nuage de points par une fonction exponentielle
• Reconnaitre, parmi tous ceux déjà rencontrés, le modèle adéquat à la situation proposée</td><td rowspan="2">Fonctions exponentielles
Fonctions logarithmes
Relation de réciprocité des fonctions exponentielles et logarithmes
Fonction exponentielle et fonction logarithme de base e
Dérivée des fonctions exponentielles et logarithmes
Règle de l'Hospital
Coordonnées logarithmique et semi-logarithmique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Démontrer des propriétés des fonctions logarithmes
• Comparer les croissances des fonctions exponentielles, logarithmes et puissances sur $\mathbb{R}_0^+$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Reconnaitre dans des phénomènes naturels différents types de croissance
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation</td></tr>
</table>

[5] Les fonctions seront vues au premier trimestre afin d'assurer un prérequis des cours de sciences.

Mathématiques générales : 3e degré de transition (6e année)

6G UAA5	Unité d'acquis d'apprentissage	*Géométrie analytique de l'espace*

Compétences à développer

TRADUIRE ANALYTIQUEMENT DES SITUATIONS GÉOMÉTRIQUES DE L'ESPACE

Processus

Appliquer

- *Vérifier l'alignement de points, la coplanarité de points, l'orthogonalité de deux droites*
- *Rechercher des équations de droites et de plans dans l'espace*
- *Représenter, à partir de leurs équations, des droites et des plans parallèles à un des axes du repère*
- *Déterminer l'équation d'une droite ou d'un plan à partir de sa représentation dans un repère*
- *Déterminer la position relative de droites et de plans*
- *Déterminer la coordonnée d'un point de percée*
- *Déterminer l'intersection de trois plans et en déduire leur position relative*

Transférer

- *Traduire un problème en système d'équations et déterminer sa solution*
- *Traiter un problème de géométrie dans l'espace*

Connaitre

- *Lier les différentes formes d'équations de droites ou de plans*
- *Représenter un point de l'espace de coordonnée donnée*
- *Interpréter géométriquement le résultat de la résolution d'un système d'équations*

Ressources

Repère orthonormé

Vecteurs de l'espace

Coordonnée d'un point dans l'espace

Addition de deux vecteurs

Multiplication d'un vecteur par un réel

Distance entre deux points

Condition analytique de perpendicularité de deux vecteurs

Condition d'alignement de trois points

Condition de coplanarité de quatre points

Équations vectorielle, paramétriques et cartésienne d'un plan

Équations vectorielle, paramétriques et cartésiennes d'une droite dans l'espace

Vecteur normal à un plan

Condition de parallélisme de deux droites, de deux plans

Intersection de droites et de plans

Stratégies transversales

Esquisser des figures de l'espace
Utiliser des logiciels de géométrie dynamique
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Mobiliser l'outil algébrique
Utiliser l'outil informatique

Unités d'acquis d'apprentissage

Troisième degré

Mathématiques pour scientifiques

5e année : 7 unités
6e année : 7 unités

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5S UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Statistique à 2 variables</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DIFFÉRENCIER CAUSALITÉ ET CORRÉLATION
ÉTUDIER LA PERTINENCE DE L'AJUSTEMENT DES DONNÉES À UN MODÈLE LINÉAIRE À PARTIR DE RELEVÉS STATISTIQUES OU D'EXPÉRIMENTATIONS SCIENTIFIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer l'équation d'une droite de Mayer
• Calculer un coefficient de corrélation
• Déterminer l'équation d'une droite de régression par la méthode des moindres carrés
• Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer un ajustement linéaire et un coefficient de corrélation.
• Calculer une valeur théorique correspondant à un ajustement linéaire</td><td>Transférer
• Critiquer et commenter des informations présentées ou calculées</td><td rowspan="2">Représentation d'une série statistique à deux variables
Point moyen
Ajustement linéaire
Méthode de Mayer
Méthode des moindres carrés (avec démonstration de l'équation)
Covariance
Coefficient de corrélation linéaire
Distinction entre causalité et corrélation
Fonctions statistiques et graphiques de l'outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Expliquer l'intérêt d'un ajustement
• Expliquer par un exemple la différence entre causalité et corrélation
• Démontrer les formules relatives aux paramètres d'une droite de régression
• Associer nuages de points et coefficients de corrélation
• Expliquer le principe de la méthode des moindres carrés</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation de résultats
Décoder des informations statistiques issues de divers contextes
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Interpréter un résultat dans son contexte</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5S UAA2</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Suites</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DES SUITES DANS DES SITUATIONS VARIÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Représenter graphiquement une suite
• Trouver le terme général d'une suite
• Rechercher un terme d'une suite
• Conjecturer la limite d'une suite à l'aide d'un outil informatique
• Vérifier la valeur de la limite d'une suite à l'aide de la définition
• Déterminer la limite d'une suite arithmétique, géométrique
• Calculer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique, géométrique
• Calculer une somme infinie de termes consécutifs d'une suite géométrique
• Trouver le taux, l'intérêt ou la durée d'un placement à intérêt simple ou à intérêt composé
• Réaliser un tableau d'amortissement d'un prêt à l'aide de l'outil informatique</td><td>Transférer
• Résoudre un problème faisant intervenir des suites issues de différents contextes.</td><td rowspan="2">Suites
Définition en fonction du rang
Définition par récurrence
Limite d'une suite
Suites arithmétiques, suites géométriques
Terme général
Somme des n premiers termes
Type de croissance
Convergence
Intérêts simples, intérêts composés
Tableau d'amortissement
Somme infinie de termes d'une suite géométrique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Caractériser une suite de nombres : type de suite, type de croissance
• Donner des exemples de suite convergente ou non convergente
• Démontrer la formule donnant la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique
• Générer une suite vérifiant certaines conditions
• Définir la limite d'une suite et expliciter cette définition à l'aide d'un schéma</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures
Utiliser l'outil informatique
Faire appel au raisonnement mathématique pour dépasser l'intuition
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer</td></tr>
</table>

Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)		
5S UAA3	**Unité d'acquis d'apprentissage**	***Asymptotes, limites et continuité***

Compétences à développer

EXTRAIRE DES INFORMATIONS SUR CERTAINES PARTIES DU GRAPHIQUE D'UNE FONCTION À PARTIR DE SON EXPRESSION ANALYTIQUE
S'APPROPRIER LE FORMALISME DE L'ANALYSE
ARTICULER EXPRESSION ANALYTIQUE, REPRÉSENTATION GRAPHIQUE ET COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE D'UNE FONCTION

Processus		Ressources
Appliquer • *Déterminer, à partir de l'expression analytique d'une fonction, son domaine et les limites qui apportent des informations sur son graphique.* • *Calculer une limite et l'interpréter graphiquement* • *Traduire en termes de limites les comportements asymptotiques d'une fonction, à partir de son graphique* • *Rechercher l'équation d'une asymptote au graphique d'une fonction* • *Apparier des graphiques et des informations sur les limites et les asymptotes d'une fonction* • *Rechercher un zéro d'une fonction en utilisant la méthode de dichotomie* • *Utiliser le comportement asymptotique d'une fonction pour approcher sa valeur en un point*	**Transférer** • *Esquisser le graphique d'une fonction vérifiant certaines conditions sur les limites, la continuité et les asymptotes* • *Rechercher l'expression analytique d'une fonction répondant à certaines conditions relatives à ses limites et à ses asymptotes*	Complétude de □ Opérations sur les fonctions (y compris la composition) Adhérence du domaine d'une fonction Asymptotes et limites d'une fonction Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de la composée de deux fonctions Continuité en un point Continuité sur un intervalle Fonction « Partie entière » Théorème des valeurs intermédiaires (sans démonstration)
Connaitre • *Identifier dans l'expression analytique d'une fonction donnée les fonctions usuelles, les opérations et leur hiérarchie* • *Justifier les étapes d'un calcul de limite* • *Définir à l'aide des quantificateurs et illustrer graphiquement la limite d'une fonction (en un réel et en l'infini)* • *Définir la continuité d'une fonction* • *Montrer l'importance de l'hypothèse de continuité dans le théorème des valeurs intermédiaires* • *Donner un exemple de limite de fonction illustrant un cas d'indétermination*		

Stratégies transversales

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Utiliser l'outil informatique
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Respecter la rigueur de l'outil logique - Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique

Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)

5S UAA4	Unité d'acquis d'apprentissage	*Dérivée*

Compétences à développer

LIER LES CONCEPTS DE PENTE, TANGENTE, TAUX D'ACCROISSEMENT, CROISSANCE ET CONCAVITÉ À L'OUTIL DÉRIVÉE
TRADUIRE GRAPHIQUEMENT DES INFORMATIONS SUR LE COMPORTEMENT D'UNE FONCTION
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION DANS DES CONTEXTES DIVERS

Processus

Appliquer

- *Apparier des graphiques de fonctions à ceux de leur dérivée première et/ou seconde*
- *Calculer les dérivées d'une fonction*
- *Déterminer l'équation de la tangente en un point du graphique d'une fonction et la représenter*

Transférer

- *Résoudre un problème relatif au comportement local d'une fonction*
- *Esquisser le graphique de la dérivée d'une fonction à partir du graphique de celle-ci et réciproquement*
- *Esquisser localement l'allure du graphique d'une fonction à partir d'informations sur ses dérivées première et seconde*
- *Synthétiser des informations sur une fonction pour la représenter*

Connaitre

- *Définir le nombre dérivé*
- *Démontrer des formules de dérivation*
- *Associer le comportement d'une fonction au signe de sa dérivée première et/ou seconde*
- *Interpréter graphiquement les énoncés des théorèmes de Rolle et des accroissements finis*
- *Justifier la nécessité des hypothèses des théorèmes de Rolle et des accroissements finis*
- *Reconnaitre les conditions d'application de la règle de l'Hospital*

Ressources

Taux d'accroissement
Tangente en un point du graphique d'une fonction
Nombre dérivé
Fonction dérivée
Dérivabilité d'une fonction
Lien continuité-dérivabilité
Ecriture fractionnaire d'un radical
Formules de dérivation
Règle de l'Hospital
Théorème de Rolle (sans démonstration)
Théorème des accroissements finis (sans démonstration)
Lien entre dérivée première et croissance d'une fonction
Lien entre dérivée seconde et concavité d'une fonction
Point d'inflexion, point de rebroussement et point anguleux

Stratégies transversales

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Développer différentes stratégies d'optimisation
Utiliser l'outil informatique
Modéliser et résoudre un problème
Vérifier la plausibilité d'un résultat

Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)

5S UAA5	Unité d'acquis d'apprentissage	*Fonctions trigonométriques*

Compétences à développer

RELIER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE À CELLE DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN RÉEL
RÉINVESTIR LES ACQUIS DU CALCUL ALGÉBRIQUE ET DE L'ANALYSE DANS UN CONTEXTE TRIGONOMÉTRIQUE
MODÉLISER ET RÉSOUDRE DES PROBLÈMES À L'AIDE DE FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Processus		Ressources
Appliquer • *Calculer une amplitude d'angle, une longueur d'arc de cercle et une aire de secteur circulaire* • *Apparier des graphiques de transformées de fonctions trigonométriques et des expressions analytiques* • *Trouver l'expression analytique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique à partir de son graphique* • *Tracer le graphique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique* • *Utiliser les différentes formules usuelles pour transformer une expression* • *Résoudre une équation trigonométrique notamment en utilisant la calculatrice* • *Déterminer l'amplitude, la période et le déphasage et les extrémums d'une fonction trigonométrique* • *Résoudre une inéquation utile pour des études de fonctions*	**Transférer** • *Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une fonction du type* $x \to a\sin(bx+c)$ • *Vérifier une identité trigonométrique*	Nombre π Angles, arcs, secteurs circulaires Radian Angles orientés Fonctions trigonométriques de référence $x \to \sin(x)$ $x \to \cos(x)$ $x \to \tan(x)$ Fonction trigonométrique $x \to a\sin(bx+c)$ Amplitude, période, déphasage Équations et inéquations trigonométriques Formules usuelles de la trigonométrie : - Formules d'addition - Formules de duplication - Formules de Carnot - Formules de Simpson
Connaitre • *Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle donné, ainsi que ses nombres trigonométriques* • *Représenter graphiquement les fonctions trigonométriques* • *Associer graphiquement les nombres trigonométriques d'un angle et les images d'un réel par une fonction trigonométrique* • *Interpréter le rôle des paramètres a, b et c de la fonction* $x \to a\sin(bx+c)$ • *Démontrer les formules usuelles de la trigonométrie*		

Stratégies transversales

Reconnaitre des phénomènes naturels périodiques
Utiliser l'outil informatique
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (5e année)</th></tr>
<tr><td>5S UAA6</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Géométrie vectorielle du plan et de l'espace</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
UTILISER L'OUTIL VECTORIEL POUR CALCULER ET DÉMONTRER</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Associer, dans un repère donné, un point de l'espace à sa coordonnée et réciproquement
• Construire une combinaison linéaire de vecteurs
• Calculer un produit scalaire
• Calculer l'amplitude d'un angle, la distance entre deux points, la norme d'un vecteur
• Vérifier l'orthogonalité de deux vecteurs</td><td>Transférer
• Démontrer une propriété géométrique à l'aide du calcul vectoriel ou du produit scalaire (alignement, parallélisme, orthogonalité)</td><td rowspan="2">Vecteurs coplanaires
Combinaison linéaire de vecteurs
Repère de l'espace
Composantes d'un vecteur
Produit scalaire
Propriétés du produit scalaire
Norme d'un vecteur
Vecteurs orthogonaux</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer une situation géométrique et une relation vectorielle
• Établir les liens entre les trois manières de définir le produit scalaire
• Démontrer le théorème d'Al-Kashi à l'aide du calcul vectoriel</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Esquisser des figures de l'espace</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3^e degré de transition (5^e année)</th></tr>
<tr><td>5S UAA7</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Géométrie synthétique et analytique de l'espace</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES EN UTILISANT DES OUTILS SYNTHÉTIQUES ET/OU ANALYTIQUES
CARACTÉRISER ANALYTIQUEMENT DES DROITES ET DES PLANS
RÉSOUDRE UN PROBLÈME GÉOMÉTRIQUE EN UTILISANT DES ÉQUATIONS DE PLANS ET DE DROITES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Déterminer des équations vectorielles, paramétriques et cartésiennes de droites et de plans.
• Représenter, à partir de leurs équations, des droites et des plans parallèles à un des axes du repère
• Déterminer l'équation d'une droite ou d'un plan à partir de sa représentation dans un repère
• Calculer la distance entre deux points, un point et une droite, entre un point et un plan, entre deux droites parallèles, entre deux plans parallèles, entre deux droites gauches.
• Rechercher l'équation d'un plan médiateur
• Déterminer l'intersection de trois plans, de deux droites, d'une droite et d'un plan et en déduire leurs positions relatives</td><td>Transférer
• Démontrer une propriété géométrique par une méthode synthétique
• Démontrer une propriété géométrique par une méthode analytique
• Discuter, en fonction d'un paramètre, l'intersection d'une droite avec une famille de plans ou d'un plan avec une famille de droites</td><td rowspan="2">Point de vue synthétique
Droites orthogonales
Droite perpendiculaire à un plan
Plans perpendiculaires
Critère d'orthogonalité de deux droites
Critère de perpendicularité d'une droite et d'un plan, de deux plans
Construction de la perpendiculaire commune à deux droites gauches
Distance
Plan médiateur et propriété
Point de vue analytique
Vecteur directeur d'une droite
Vecteurs directeurs d'un plan
Équations vectorielle, paramétriques, cartésiennes d'une droite
Équations vectorielle, paramétriques, cartésiennes d'un plan
Équation d'un plan sous forme d'un déterminant
Propriétés du déterminant utiles à la détermination de l'équation d'un plan
Calcul d'un déterminant par la méthode des mineurs
Vecteur normal à un plan
Condition de parallélisme et d'orthogonalité de deux droites
Condition de parallélisme et de perpendicularité de deux plans
Condition de parallélisme et de perpendicularité d'une droite et d'un plan
Distance entre deux points, entre un point et un plan</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Identifier des droites orthogonales, des droites perpendiculaires, des plans et droites perpendiculaires dans un polyèdre</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Mobiliser l'outil algébrique
Utiliser l'outil informatique
Esquisser des figures de l'espace</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA1</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
UTILISER LE CALCUL DES PROBABILITÉS POUR COMPRENDRE DES PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES DE LA VIE COURANTE, POUR ANALYSER ET CRITIQUER DES INFORMATIONS CHIFFRÉES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Utiliser des simulations faites avec un outil informatique ou des données statistiques pour calculer des probabilités a posteriori
• Utiliser des tableaux, des diagrammes, des arbres ou des formules de combinatoire pour calculer une probabilité a priori, y compris conditionnelle
• Vérifier si deux événements donnés sont dépendants ou indépendants
• Appliquer le binôme de Newton</td><td>Transférer
• Résoudre un problème de probabilité en utilisant une simulation informatique
• Résoudre un problème de probabilité en utilisant une méthode de dénombrement
• Utiliser le calcul des probabilités pour comprendre la portée d'informations chiffrées, les analyser et les critiquer y compris dans le cadre de jeux de hasard</td><td rowspan="2">Outils d'appropriation et de calcul de probabilités
- arbre
- diagramme de Venn
- simulation
- tableau
- analyse combinatoire :
• arrangements avec et sans répétition
• combinaisons avec et sans répétition
• permutations avec et sans répétition
Triangle de Pascal avec propriétés
Binôme de Newton
Expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements
Probabilité d'un événement
Propriétés des probabilités
Probabilité conditionnelle
Événements indépendants</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Établir les formules permettant de calculer un arrangement, une combinaison, une permutation
• Écrire les premières lignes du triangle de Pascal et faire le lien avec les coefficients binomiaux
• Démontrer la formule de symétrie, la formule de Pascal
• Extraire d'un arbre donné la probabilité d'un événement
• Identifier l'événement associé à une probabilité donnée à partir d'un arbre, d'un diagramme, d'un tableau
• Identifier « expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événements » dans un énoncé</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
Développer l'esprit critique</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA2</td><td colspan="1">Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Lois de probabilités</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
DÉTERMINER UNE PROBABILITÉ DANS UN CONTEXTE DONNÉ EN UTILISANT LES LOIS BINOMIALES ET NORMALES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer une probabilité dans un contexte qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale
• Déterminer l'ensemble des valeurs de la variable correspondant à une probabilité donnée</td><td>Transférer
• Modéliser une situation concrète par une loi de probabilité
• Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité binomiale ou normale</td><td rowspan="2">Variable aléatoire
Espérance mathématique
Ecart-type
Distribution de probabilité
Fonction de répartition
Loi binomiale
Épreuve et schéma de Bernoulli
Espérance mathématique et écart-type
Distribution de probabilité
Loi uniforme
Espérance mathématique et écart-type
Loi normale
Espérance mathématique et écart-type
Graphique de la distribution de probabilité
Table de la loi normale et outil informatique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Associer une loi de probabilité à un contexte donné et identifier ses paramètres
• Interpréter graphiquement une probabilité dans le cas de la loi normale
• Associer les concepts de statistique à ceux de probabilité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Développer l'esprit critique
Lire et utiliser une table
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat
Décoder des informations probabilistes issues de divers contextes
S'aider d'un schéma pour éclairer une situation</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA3</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Intégrale</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer:
CONCEVOIR L'INTÉGRALE COMME UNE SOMME INFINIE D'ÉLÉMENTS DE MESURE NULLE
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES À L'AIDE DU CALCUL INTÉGRAL</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Approximer une aire par une somme d'aires élémentaires à l'aide de l'outil informatique
• Déterminer une primitive
• Calculer une intégrale définie
• Calculer la mesure d'une longueur, d'une aire, d'un volume</td><td>Transférer
• Résoudre un problème en utilisant le calcul intégral</td><td rowspan="2">Encadrement d'une longueur, d'une aire, d'un volume
Intégrale définie
Théorème de la moyenne
Théorème fondamental
Primitives
Calcul de l'intégrale définie par une primitive
Méthode d'intégration par changement de variable ou substitution
Méthode d'intégration par parties
Aire d'une surface plane
Volume d'un solide de révolution
Longueur d'un arc</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Justifier les étapes de la démonstration reliant l'intégrale indéfinie et la dérivée
• Justifier les étapes de la démonstration reliant l'intégrale définie et une primitive
• Écrire les intégrales correspondant à une situation graphique donnée</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'un objet
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés
Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Utiliser l'outil informatique
Vérifier la plausibilité d'un résultat</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année[6])</th></tr>
<tr><td>6S UAA4</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Fonctions exponentielles et logarithmes</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
MODÉLISER UN PHÉNOMÈNE PAR UNE FONCTION EXPONENTIELLE OU PAR UNE FONCTION LOGARITHME
MAITRISER DIFFÉRENTS MODÈLES DE CROISSANCE
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES ISSUS DE DIFFÉRENTS CONTEXTES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Résoudre une équation exponentielle ou logarithmique
• Résoudre une inéquation exponentielle ou logarithmique
• Calculer des limites et des dérivées de fonctions exponentielles et logarithmes
• Utiliser un repère en coordonnées (semi-) logarithmiques</td><td>Transférer
• Résoudre un problème nécessitant le recours à des fonctions exponentielles, logarithmes, puissances
• Résoudre un problème nécessitant le recours à des équations ou inéquations exponentielles ou logarithmiques
• Ajuster un nuage de points par une fonction exponentielle ou logarithme</td><td rowspan="2">Fonctions exponentielles
Fonctions logarithmes
Relation de réciprocité des fonctions exponentielles et logarithmes
Nombre e
Fonction exponentielle et fonction logarithme de base e
Equations et inéquations exponentielles
Equations et inéquations logarithmiques
Limites et dérivées des fonctions exponentielles et logarithmes
Étude de la fonction $x \rightarrow e^{-x^2}$
Coordonnées (semi-) logarithmiques</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Démontrer les propriétés des fonctions logarithmes
• Comparer les modes de croissance des fonctions exponentielles, logarithmes et puissances sur IR_0^+
• Justifier les étapes de résolution d'une équation exponentielle ou logarithmiques
• Justifier les étapes de résolution d'une inéquation exponentielle ou logarithmique</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Reconnaitre dans des phénomènes naturels différents types de croissance
Modéliser et comprendre les limites d'une modélisation</td></tr>
</table>

[6] Les fonctions seront vues au premier trimestre afin d'assurer un prérequis des cours de sciences

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA5</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Fonctions réciproques et cyclométriques</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RECONNAITRE ET ÉTABLIR DES LIENS DE RÉCIPROCITÉ ENTRE DES FONCTIONS
S'APPROPRIER LES FONCTIONS CYCLOMÉTRIQUES</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Vérifier si une fonction donnée est injective, surjective, bijective
• Calculer le domaine et la dérivée de fonctions cyclométriques</td><td>Transférer
• Choisir si nécessaire une restriction d'une fonction donnée, en déterminer la réciproque et représenter ces deux fonctions sur un même graphique
• Apparier des graphiques et des expressions analytiques de fonctions cyclométriques</td><td rowspan="2">Injection, surjection, bijection
Réciproque d'une fonction
Lien entre les graphiques de fonctions réciproques
Lien entre les dérivées de fonctions réciproques
Fonctions cyclométriques</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaître
• Interpréter une fonction réciproque comme processus inversant une suite d'opérations
• Tracer le graphique des fonctions cyclométriques
• Établir les dérivées des fonctions cyclométriques</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Respecter la rigueur de l'outil logique
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique</td></tr>
</table>

Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)		
6S UAA6	Unité d'acquis d'apprentissage	*Lieux géométriques*
Compétences à développer DÉTERMINER L'ÉQUATION D'UN LIEU GÉOMÉTRIQUE ET EN DÉTERMINER LA NATURE RÉSOUDRE UN PROBLÈME QUI SE DÉFINIT PAR UN LIEU GÉOMÉTRIQUE		
Processus		**Ressources**
Appliquer • *Déterminer l'équation d'une conique* • *Déterminer les éléments caractéristiques d'une conique* • *Rechercher l'équation d'une tangente à une conique* • *Tracer une conique (aux instruments et à l'aide d'un logiciel)*	**Transférer** • *Déterminer l'équation d'un lieu, l'interpréter et le représenter* • *Résoudre un problème lié aux coniques*	Méthode de traduction d'un lieu défini à partir d'une propriété métrique Méthode de recherche d'un lieu défini par des génératrices Intersection d'un cône et d'un plan Définition, construction et équation d'une ellipse, d'une hyperbole et d'une parabole d'axes de symétrie parallèles aux axes du repère Définition unifocale d'une conique et cohérence entre les définitions Éléments caractéristiques d'une conique Effet d'une translation sur l'équation d'une conique Propriétés optiques des coniques
Connaitre • *Identifier une conique d'après son équation* • *Identifier les éléments caractéristiques d'une conique* • *Illustrer et décrire les propriétés optiques des coniques*		
Stratégies transversales Rédiger, argumenter, structurer, démontrer Utiliser des logiciels de géométrie dynamique Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés Mobiliser l'outil algébrique		

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques pour scientifiques : 3e degré de transition (6e année)</th></tr>
<tr><td>6S UAA7</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Nombres complexes</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
UTILISER LES NOMBRES COMPLEXES POUR DÉMONTRER OU OBTENIR DES RÉSULTATS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Calculer dans □
• Convertir la représentation trigonométrique d'un nombre complexe en sa représentation algébrique et réciproquement
• Résoudre une équation dans □
• Rechercher les racines nièmes d'un nombre complexe et les représenter dans le plan de Gauss</td><td>Transférer
• Démontrer une propriété géométrique à l'aide des nombres complexes</td><td rowspan="2">Représentations algébrique et trigonométrique d'un nombre complexe
Conjugué, module et argument d'un nombre complexe
Opérations dans l'ensemble C des nombres complexes
Plan de Gauss
Formule de De Moivre</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaître
• Interpréter géométriquement les opérations dans |
• Mettre en relation les deux représentations d'un nombre complexe
• Illustrer graphiquement les parties réelle et imaginaire, le module, l'argument, le conjugué d'un nombre complexe</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Utiliser l'outil informatique
Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Mobiliser l'outil algébrique
Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés</td></tr>
</table>

Annexe I

Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques

HUMANITES GÉNÉRALES ET TECHNOLOGIQUES

Vu pour être annexé à l'arrêté du Gouvernement de la Communauté française déterminant les compétences terminales et savoirs requis à l'issue de la section de transition des humanités générales et technologiques en mathématiques, en sciences de base et en sciences générales et déterminant les compétences terminales et savoirs communs à l'issue de la section de qualification des humanités techniques et professionnelles en éducation scientifique, en français, sciences économiques et sociales ainsi qu'en sciences humaines du 16 janvier 2014.

Fait à Bruxelles, le 16 janvier 2014.

Le Ministre-Président,

Rudy DEMOTTE

La Ministre de l'Enseignement obligatoire et de promotion sociale,

Marie-Martine SCHYNS

CORPUS

CORPUS

AVERTISSEMENT

Le présent programme est d'application au 2e degré dans l'enseignement secondaire général et technique de transition selon le schéma suivant :

- au 1er septembre 2016 pour la 3e année,
- au 1er septembre 2017 pour l'ensemble des deux années.

Il abroge et remplace le programme 39/2000/240

Ce programme est disponible à la consultation et au téléchargement sur www.wallonie-bruxelles-enseignement.be

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION DISCIPLINAIRE

1. Présentation de la discipline

Les mathématiques contribuent à la formation intellectuelle, sociale et culturelle de l'individu. Elles ont pour but de donner à l'élève les outils nécessaires à la poursuite de ses études et à son intégration en tant que citoyen dans la société.

La diversité des situations que les mathématiques permettent d'étudier montre leur implication dans de nombreux domaines tels que les sciences, l'ingénierie, les médias, le développement des nouvelles technologies, l'écologie, …

L'algèbre et l'analyse fournissent les outils pour traiter des problèmes de modélisation, la géométrie permet d'interpréter les figures du plan et les solides de l'espace, les probabilités et statistiques servent à appréhender les phénomènes aléatoires.

La résolution de situations problèmes représente l'essentiel de l'activité mathématique. Il convient d'apprendre à l'élève à analyser la situation et à choisir les outils nécessaires à sa résolution, ainsi qu'à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche. Ce faisant l'élève mettra à profit sa créativité, son esprit d'initiative ainsi que son esprit critique.

2. Guide de lecture du programme

Les programmes sont construits à partir du référentiel « Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques » des Humanités Générales et Technologiques. Ils respectent le découpage en « Unités d'Acquis d'Apprentissage (UAA) ».

Le concept « d'Unités d'Acquis d'Apprentissage » permet d'organiser des ensembles cohérents, finalisés et évaluables en fonction de l'histoire et de la didactique de la discipline scolaire. L'expression « acquis d'apprentissage » désigne ce qu'un élève sait, comprend et est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage.

Chaque UAA du programme est développée selon le schéma suivant.

2.1 Compétences à développer

Une ou plusieurs compétences sont visées dans chaque UAA. Elles donnent l'orientation générale de l'UAA concernée, et déterminent les ressources et processus qui seront mis en œuvre lors des activités d'apprentissage et d'évaluation.

2.2 Objectifs et balises

Les *objectifs et balises* exposent les buts poursuivis dans l'apprentissage des contenus et dans la mise en œuvre des processus de l'UAA. Ils précisent le domaine d'applicabilité de certaines ressources mais fixent également les limites à ne pas dépasser.

2.3 Contexte

Le *contexte* établit les liens entre les apprentissages des années antérieures, ceux de l'année en cours ainsi que ceux des années qui suivent montrant ainsi une continuité et une progression spiralaire dans les apprentissages. Les liens entre les UAA sont ainsi mis en évidence.

2.4 Situation d'apprentissage

La *situation d'apprentissage* décrit le dispositif mis en place pour l'apprentissage.

a. Le cadre formel

On y propose une estimation du nombre de périodes à consacrer à cette UAA et son éventuel découpage en plusieurs séquences pédagogiques. Il y est rappelé que l'évaluation revêt plusieurs formes.

L'évaluation formative fait partie intégrante de l'apprentissage, elle permet d'apprécier les progrès de l'élève, de comprendre la nature de ses difficultés ; elle fournit à l'enseignant des informations lui permettant de réajuster ses méthodes d'enseignement et de proposer des remédiations. Partant de l'idée « on apprend de ses erreurs », l'erreur peut devenir constructive et permettre d'engager un processus d'analyse et de progression.

La formation mathématique contribue ainsi à développer une meilleure estime de soi chez l'élève.

L'évaluation sommative, envisagée en fin de séquence ou d'UAA, établit un bilan des acquis d'apprentissage. Les trois processus (connaitre, appliquer, transférer) devront être pris en compte dans l'élaboration des questionnaires d'évaluation sommative. Ceux-ci seront en adéquation avec les activités proposées en apprentissage. Cependant, évaluer une UAA ne signifie pas évaluer tous les processus de cette UAA.

b. La rubrique points d'ancrage

La rubrique *points d'ancrage* propose quelques situations d'introduction afin de provoquer une réflexion de la part de l'élève ainsi qu'une motivation pour aborder différentes notions et ressources de l'UAA.

c. Le volet stratégies pédagogiques

On y retrouve un ensemble d'aptitudes et démarches à développer chez l'élève ainsi que des conseils pédagogiques à destination des enseignants.

2.5 Orientations méthodologiques

La partie *orientations méthodologiques* reprend les ressources, les processus et les stratégies transversales du référentiel. Lorsque des informations, précisions et conseils sont nécessaires, ceux-ci sont explicitement détaillés.

La pondération proposée, à titre indicatif, pour l'évaluation des processus a été établie en fonction des items repris sous les processus « connaitre, appliquer et transférer ».

À PROPOS DES RESSOURCES

La liste des ressources du référentiel a été intégralement reprise. Elle détaille les nouveaux savoirs et savoir-faire à installer et à entrainer chez l'élève en vue d'acquérir les compétences visées dans l'UAA.

Des commentaires, précisions et conseils pédagogiques sont développés en regard de la colonne des ressources. Ils précisent les savoirs et savoir-faire, les notations à employer ainsi que les liens entre différentes notions. Ils complètent parfois les ressources afin d'assurer plus de cohérence à l'ensemble.

À PROPOS DES PROCESSUS

a. Connaitre = Construire et expliciter des ressources

Les questions reprises dans le processus « *connaitre* » demandent à l'élève d'expliciter des savoirs, de justifier les conditions dans lesquelles ceux-ci peuvent être mobilisés, de développer sa pensée afin d'attester de la bonne compréhension d'une démarche et de développer ainsi un niveau « méta ». L'élève doit savoir « *quand, pourquoi, comment utiliser tel savoir (concept, modèle, théorie…) ou tel savoir-faire (procédure, démarche, stratégie…)* ».[1]

Cela ne signifie nullement que les définitions ou théorèmes ne doivent plus être connus mais qu'en fin d'apprentissage l'élève perçoive les savoirs comme outils mobilisables pour résoudre des tâches. Par exemple, l'élève doit pouvoir déterminer dans quel cadre une définition est valide, repérer les hypothèses des théorèmes employés, choisir une propriété ou un théorème pour justifier une construction ou les étapes d'un calcul, généraliser une règle ou une propriété…

b. Appliquer = Mobiliser des acquis dans le traitement de situations entrainées

Les tâches d'application constituent un lien entre les savoirs et la résolution de problèmes. L'élève doit appliquer un ensemble de procédures et d'outils afin de développer des automatismes nécessaires à la résolution de tâches de transfert.

La consigne d'une question du type « *appliquer* » permet à l'élève d'identifier aisément la procédure à mettre en œuvre pour résoudre la tâche proposée, néanmoins la compétence d'analyse de la consigne reste importante.

[1] Compétences terminales en mathématiques HGT p.3

Par exemple, l'élève doit résoudre une équation ou vérifier des solutions, réaliser un tableau d'amortissement d'un prêt, apparier des graphiques et des informations mathématiques ou textuelles, réaliser un graphique soumis à certaines conditions…

c. Transférer = Mobiliser des acquis dans le traitement de situations nouvelles

Les tâches ou productions qui sont de l'ordre de l'application ou de l'ordre du transfert, se distinguent tant par la variabilité des paramètres (recontextualisation, capacité d'assembler diverses ressources ou d'ajuster un modèle, une procédure, une stratégie) que par le degré d'autonomie attendu de l'élève.

Dans le processus « *transférer* », la stratégie à mettre en œuvre pour effectuer une tâche n'est pas précisée. L'élève doit analyser la tâche proposée, dégager les informations utiles et choisir les outils (procédures, théorèmes, propriétés…) qui lui seront nécessaires, construire son raisonnement et formuler sa réponse par une phrase correctement rédigée.

Ce processus doit être entrainé en classe par la résolution de problèmes divers, ensuite, grâce à la liberté laissée à chacun, l'élève pourra développer progressivement ses qualités d'initiative et d'autonomie. Ce faisant, il apprendra à identifier des classes de problèmes et à choisir les outils pour les résoudre.

Le choix des tâches est important ; en effet, elles ne doivent pas véhiculer l'idée que ce sont nécessairement des tâches compliquées réservées aux meilleurs ! De plus, une tâche qui relève du transfert à un moment de l'apprentissage peut devenir une tâche d'application lorsque l'élève aura développé des automatismes.

À PROPOS DES STRATÉGIES TRANSVERSALES

Les stratégies transversales pointent les liens qui existent entre les disciplines ou au sein même de la discipline.

En effet, il importe de situer quelques grands mathématiciens dans l'Histoire, en les replaçant dans le contexte scientifique et technologique de leur époque. Il importe également de faire percevoir les liens qui existent entre les mathématiques et les arts, les sciences, les technologies, l'économie, les sciences humaines et l'environnement.

L'apprentissage du raisonnement, de la justification, de la démonstration et de l'argumentation en mathématiques développe des compétences indispensables dans une vie de citoyen responsable, notamment l'esprit critique et la démarche scientifique. Ces compétences seront exercées, par exemple, en structurant un raisonnement, en comparant diverses méthodes de résolutions, en testant les limites d'un modèle, en jugeant de la pertinence d'informations…

La communication en mathématiques exige d'employer les termes exacts, de faire preuve de rigueur et de s'exprimer clairement, tant au niveau du langage que des symboles spécifiques. Ces compétences seront exercées, par exemple, lors de la formulation d'une conjecture, de la production d'un dessin ou graphique clairement annotés, de la traduction du langage mathématique en un langage usuel et réciproquement, de la présentation structurée des données, des arguments, des solutions…

3. La planification des UAA

Le programme n'est pas un plan de matières, aucun ordre n'est imposé dans l'enseignement des UAA, mais il va de soi que certaines représentent des préalables à d'autres.
L'estimation du nombre de périodes proposée à titre indicatif tient compte des évaluations et des périodes de remédiations nécessaires.

Deuxième degré

Première année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
3UAA1	Figures isométriques et figures semblables	22 – 26
3UAA2	Triangle rectangle	22 - 26
3UAA3	Approche graphique d'une fonction	8 – 10
3UAA4	Fonction du premier degré	14 – 16
3UAA5	Outils algébriques	48 – 52
Deuxième année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
4UAA1	Statistique descriptive	18 – 22
4UAA2	Géométrie dans l'espace	22 – 26
4UAA3	Trigonométrie	14 – 16
4UAA4	Fonctions de référence	16 – 20
4UAA5	Deuxième degré	22 – 26
4UAA6	Géométrie analytique plane	22 – 26

Troisième degré : mathématiques de base

Première année du degré		Estimation du nombre de périodes
5BUAA1	Statistique à deux variables	13 – 15
5BUAA2	Suites	20 – 24
5BUAA3	Modèles de croissance	17 – 19
Deuxième année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
6BUAA1	Probabilité	17 – 19
6BUAA2	Lois de probabilités	17 – 19
6BUAA3	Géométrie	17 – 19

Troisième degré : mathématiques générales

Première année du degré		Estimation du nombre de périodes
5GUAA1	Statistique à deux variables	11 – 13
5GUAA2	Suites	15 – 17
5GUAA3	Asymptotes, limites	26 – 30
5GUAA4	Dérivée	26 – 30
5GUAA5	Fonctions trigonométriques	16 – 20
Deuxième année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
6GUAA1	Probabilité	15 – 17
6GUAA2	Lois de probabilités	15 – 17
6GUAA3	Intégrale	28 – 32
6GUAA4	Fonctions exponentielles et logarithmes	20 – 24
6GUAA5	Géométrie analytique de l'espace	20 – 24

Troisième degré : mathématiques pour scientifiques

Première année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
5SUAA1	Statistique à deux variables	10 – 12
5SUAA2	Suites	14 – 16
5SUAA3	Asymptotes, limites et continuité	28 – 32
5SUAA4	Dérivée	32 – 36
5SUAA5	Fonctions trigonométriques	24 – 28
5SUAA6	Géométrie vectorielle du plan et de l'espace	14 – 16
5SUAA7	Géométrique analytique et synthétique de l'espace	28 – 32
Deuxième année du degré		**Estimation du nombre de périodes**
6SUAA1	Probabilité	17 – 19
6SUAA2	Lois de probabilités	15 – 17
6SUAA3	Intégrale	34 – 38
6SUAA4	Fonctions exponentielles et logarithmes	22 – 26
6SUAA5	Fonctions réciproques et cyclométriques	11 – 13
6SUAA6	Lieux géométriques	22 – 26
6SUAA7	Nombres complexes	15 – 17

4. L'outil informatique

Les outils informatiques tels que logiciels, didacticiels et calculatrices graphiques aident l'enseignant à « représenter les mathématiques », à illustrer rapidement et efficacement un savoir ou un concept rendant la perception des mathématiques plus aisée. Cependant, il ne lui suffit pas de montrer ces outils mais de les intégrer dans ses cours afin de favoriser la discussion en classe, de repousser les limites des situations proposées et de se focaliser sur le raisonnement.

L'utilisation de ces outils par l'élève lui permet d'émettre des conjectures, de valider et de généraliser des propriétés.
D'autre part, lors de la résolution de problèmes, la dévolution des calculs techniques à un outil informatique réduit le temps consacré à ceux-ci autorisant l'élève à se concentrer sur la réflexion et la construction d'une méthode de résolution. La technique étant prise en charge par l'outil informatique, il n'y a plus de frein à l'investigation.

Il est donc essentiel que les enseignants bénéficient de ce type d'outils.

5. La place de la résolution de problèmes

La compréhension et l'appropriation des notions mathématiques dépendent de l'activité de l'élève lors de situations créant problème. C'est alors qu'il mobilise des outils ou des techniques acquises, qu'il élabore de nouvelles stratégies et élargit le champ de ses connaissances.

Ces nouveaux programmes accordent beaucoup d'importance aux savoirs actifs et à la résolution de problèmes ; ils proposent donc un cadre propice à l'acquisition de compétences en mathématiques.

3UAA1 - Figures isométriques et figures semblables

Compétences à développer

MOBILISER DES PROPRIÉTÉS DE TRIANGLES ISOMÉTRIQUES, DE TRIANGLES SEMBLABLES, D'ANGLES DANS UN CERCLE

EXPLOITER DES CONFIGURATIONS DE THALÈS

DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Les acquis du premier degré seront réactivés et prolongés par l'étude des triangles isométriques et des triangles semblables ainsi que par les propriétés des angles dans un cercle.

Une fois établies, ces notions seront utilisées comme outils de démonstration.

La manipulation des rapports de similitude permet de réactiver les propriétés des proportions et de rappeler certaines fonctionnalités de la calculatrice.

La notion d'isométrie doit être précisée comme étant une transformation du plan (application du plan dans lui-même) qui conserve les distances et les amplitudes.

La notion de similitude doit être précisée comme étant une transformation du plan qui conserve les amplitudes mais multiplie les distances par le rapport de similitude.

Cette UAA donnera l'occasion de mettre en place le passage du langage courant au symbolisme mathématique et d'habituer l'élève à l'utilisation correcte des connecteurs logiques.

L'élève sera familiarisé à l'usage réfléchi d'un logiciel de géométrie dynamique.

1.2 Balises

Les cas de similitudes et d'isométries seront l'objet de monstrations et non de démonstrations.

Les figures semblables seront envisagées uniquement comme un agrandissement ou une réduction.

L'objectif de cette UAA n'est pas de construire l'image d'une figure par une isométrie ou une composée d'isométries.

2. Contexte

Prérequis - Socles de compétences

- Construire des figures simples.
- Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et reproduction de dessin, relever la présence de régularités.
- Décrire les différentes étapes d'une construction en s'appuyant sur des propriétés de figures, de transformations.
- Reconnaitre et construire des agrandissements et des réductions de figures.
- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.
- Construire et utiliser les démarches pour calculer des périmètres, des aires et des volumes.
- Mesurer des angles.
- Déterminer le rapport entre deux grandeurs, passer d'un rapport au rapport inverse.

3UAA1 - Figures isométriques et figures semblables

Prolongements

Les acquis de cette UAA seront notamment réinvestis dans toutes les UAA de géométrie et de trigonométrie ainsi que dans d'autres contextes disciplinaires.

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 22 à 26 périodes de cours.

Elle pourrait être découpée en trois séquences. L'une d'elles traiterait des angles dans un cercle, l'autre de Thalès et des figures semblables et une dernière se pencherait sur les figures isométriques. Chacune de ces séquences fera l'objet d'une évaluation sommative.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

3.2 Points d'ancrage

Angles dans un cercle

La comparaison des angles dans des polygones inscrits dans un cercle permet de découvrir la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre interceptant un même arc.

Les figures isométriques

La recherche des conditions minimales pour construire un triangle isométrique à un triangle donné amène à découvrir les différents cas d'isométrie.

Thalès et les figures semblables

a) L'observation des éléments d'une barrière et de leurs ombres permet de visualiser des triangles semblables.

b) Le partage d'un segment donné en parties égales à la règle et au compas sera l'occasion d'introduire le théorème de Thalès.

c) L'observation des lignes de construction de l'image d'un objet par un miroir plan met en évidence des triangles semblables.

3.3 Stratégies pédagogiques

Cette première unité de géométrie initie à la démonstration.

Pour atteindre cet objectif, l'enseignant habituera les élèves à

- tracer une figure correcte,
- écrire les hypothèses, la thèse, structurer et rédiger une démonstration,
- exploiter des propriétés connues pour en déduire d'autres, pour calculer des longueurs…

Il montrera aux élèves comment repérer les éléments utiles dans une figure pour élaborer une démonstration.

Il apprendra aux élèves à développer des stratégies pour démontrer une égalité de longueurs de segments, une égalité d'amplitudes d'angles, le parallélisme de deux droites.

Il fera prendre conscience que la réciproque du théorème de Thalès est un outil pour démontrer le parallélisme de deux droites.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Angle inscrit, angle au centre dans un cercle	Les propriétés liées à ces angles peuvent être découvertes par mesurage, éventuellement à partir de polygones inscrits dans un cercle. Dans le cadre d'un enseignement spiralaire, l'inscriptibilité d'un triangle rectangle dans un demi-cercle (ressource de la 3UAA2) peut être justifiée par la relation entre angle inscrit et angle au centre. Les conditions d'inscriptibilité des polygones et leur corollaire, la propriété des angles à côtés perpendiculaires, peuvent être vus comme application des propriétés des angles inscrits.
Figures isométriques	Les caractéristiques des isométries et leurs invariants fondamentaux vus au premier degré seront rappelés. L'enseignant profitera de l'occasion pour préciser que des figures isométriques sont images l'une de l'autre par une isométrie ou une composée d'isométries. Il définira l'expression « éléments homologues ».
Cas d'isométrie des triangles	Les cas d'isométrie sont découverts en recherchant les données minimales qui permettent de construire un triangle isométrique à un triangle donné. On insistera auprès des élèves sur le caractère « condition nécessaire et suffisante » des cas d'isométrie.
Théorème de Thalès (sans démonstration) et sa réciproque Configurations de Thalès	La comparaison de différents rapports et proportions exprimés à partir de projections parallèles amènera à l'énoncé du théorème de Thalès. Le théorème des milieux sera démontré comme application du théorème de Thalès. On exprimera les égalités de rapports de segments dans des configurations triangulaires et des configurations de droites parallèles coupées par des sécantes. Quelques problèmes de construction seront abordés (quatrième proportionnelle, partage d'un segment en ***n*** parties de même longueur…).

Figures semblables	L'enseignant précisera que, dans ce cadre, les éléments homologues sont images l'un de l'autre par une similitude. La notion de similitude sera reliée à celle d'agrandissement ou de réduction et le rapport de similitude sera défini. Ce rapport sera utilisé pour comparer des périmètres, des aires et des volumes. Les figures semblables seront caractérisées comme des figures ayant des angles homologues de même amplitude et des côtés homologues de mesures proportionnelles.
Cas de similitude des triangles (y compris le cas des triangles à côtés parallèles)	Les cas de similitude peuvent être découverts par la recherche des données minimales qui permettent de construire un triangle semblable à un triangle donné. On fera prendre conscience que les triangles isométriques sont forcément des triangles semblables.
Outils logiques (utilisation en contexte) Implication (condition nécessaire, suffisante) Équivalence (condition nécessaire et suffisante) Réciproque	Pour illustrer ces notions, il ne faut pas hésiter à sortir du contexte géométrique, voire mathématique. Les élèves seront familiarisés à ces outils lors de l'apprentissage de la démonstration.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Établir les liens entre des angles interceptant le même arc de cercle	L'élève doit énoncer et démontrer la propriété liant un angle inscrit à l'angle au centre interceptant un même arc et la propriété liant des angles inscrits interceptant un même arc.
Reconnaitre des triangles semblables et justifier à l'aide du cas de similitude adéquat Reconnaitre des triangles isométriques et justifier à l'aide du cas d'isométrie adéquat	L'élève doit énoncer correctement les cas et non se contenter de raccourcis comme « CAC »…
Reconnaitre et justifier une configuration de Thalès ; en déduire des égalités de rapports	
Tirer une conclusion sur des figures géométriques à partir d'une égalité de rapports	A partir d'une égalité de rapports, l'élève doit déduire le parallélisme de droites ou la similitude des figures.

Appliquer	
Calculer et justifier des amplitudes d'angles à partir des relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle	
Calculer la longueur d'un segment à partir d'égalités de rapports	
Construire une figure à partir d'égalités de rapports	L'élève doit construire la quatrième proportionnelle, partager un segment en parties égales, placer des points sur des droites ou construire des figures semblables à partir d'égalités de rapports…
Dégager des égalités de rapports à partir de triangles semblables	
Transférer	
Démontrer une propriété en utilisant des relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle	L'élève doit utiliser les relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle, les triangles isométriques, le théorème de Thalès, les triangles semblables pour s'exercer à la démonstration. L'élève doit structurer sa démonstration et énoncer, en langage usuel les définitions et les propriétés utilisées. Les connecteurs logiques et les notations doivent être utilisés à bon escient.
Démontrer que deux triangles sont isométriques pour en dégager une propriété	
Démontrer que deux triangles sont semblables pour en dégager une propriété, un résultat	
Résoudre un problème faisant appel aux triangles semblables, aux triangles isométriques ou au théorème de Thalès	L'élève doit structurer sa démarche de résolution et faire apparaitre sa solution.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Dégager les éléments essentiels d'un énoncé ou d'une figure

Dégager les éléments essentiels et utiles d'un énoncé ou d'une figure est une étape indispensable pour choisir un outil de manière raisonnée.

Rédiger, argumenter, structurer, démontrer et communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique

Une démonstration doit être structurée et correctement rédigée en utilisant les notations et le vocabulaire adéquats.

Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures

C'est l'occasion de montrer l'importance de la géométrie grecque dans notre culture.

Tester une conjecture à l'aide de l'outil informatique

Dans la recherche d'une démonstration, un logiciel de géométrie dynamique permet de balayer un ensemble de situations pour vérifier cette conjecture.

Utiliser la calculatrice

C'est l'occasion de découvrir de nouvelles fonctionnalités de la calculatrice (fonctions mémoires…).

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Angles dans un cercle	30%	40%	30%
Thalès et les figures semblables	30%	40%	30%
Les figures isométriques	50%	20%	30%

3UAA2 - Triangle rectangle

Compétences à développer

MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DU TRIANGLE RECTANGLE POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES DE CALCUL OU DE CONSTRUCTION

DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Un des objectifs de cette UAA est de reconnaitre des triangles rectangles dans des configurations planes ou de l'espace, d'utiliser leurs propriétés métriques et géométriques pour déterminer, dans un problème donné, les éléments demandés.

Un autre objectif est de poursuivre l'apprentissage progressif de la démonstration en exploitant les propriétés des triangles rectangles.

Un des objectifs est aussi de découvrir et d'exploiter les relations trigonométriques pour calculer des mesures de longueurs et d'angles.

1.2 Balises

Dans cette UAA, on rencontre des nouveaux nombres : les irrationnels de type racine carrée. On se limitera à déterminer à l'aide de la calculatrice la valeur approchée d'une racine carrée, le but étant la résolution de problèmes et non l'exploitation des propriétés des racines carrées.

L'amplitude d'un angle est généralement exprimée en degrés décimaux par la calculatrice ; la conversion en degrés, minutes, secondes peut être effectuée à titre indicatif. Il ne faut pas exprimer cette amplitude en radians.

Dans un problème, l'élève doit apprendre à ne calculer que les éléments qui interviennent dans la recherche de la solution. Il faut éviter tout calcul inutile qui nuirait à la clarté de la présentation de la solution. Dans cette optique, la « résolution complète d'un triangle rectangle » n'est certainement pas recommandée puisqu'elle induit des automatismes stériles.

2. Contexte

Prérequis - Socles de compétences

- Construire des figures simples.
- Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et reproduction de dessins, relever la présence de régularités.
- Décrire les différentes étapes d'une construction en s'appuyant sur des propriétés de figures, de transformations.
- Reconnaitre et construire des agrandissements et des réductions de figures.
- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.

3UAA2 - Triangle rectangle

Prolongements

Les acquis de cette UAA seront notamment réinvestis dans toutes les UAA de géométrie et plus particulièrement dans la 4UAA3 ainsi que dans d'autres contextes disciplinaires.

4UAA3 – Trigonométrie

Généraliser la notion de nombres trigonométriques d'un angle.
Résoudre des problèmes en utilisant des outils trigonométriques.

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 22 à 26 périodes de cours.

Elle peut être divisée en deux séquences pédagogiques. La première concernerait le théorème de Pythagore et les propriétés métriques, la seconde traiterait de la trigonométrie du triangle rectangle. Chaque séquence fera l'objet d'une évaluation sommative.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

3.2 Points d'ancrage

Théorème de Pythagore

a) Une première approche est de faire découvrir que, quelle que soit l'unité choisie, dans un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 unités et 4 unités, la mesure de l'hypoténuse vaut 5 unités. Il doit donc exister une relation entre les trois côtés.

b) Les « puzzles de Pythagore » donnent l'occasion de découvrir de manière concrète l'énoncé du théorème de Pythagore.

c) Sa réciproque est introduite de manière active par la corde à 13 nœuds.

d) Par comparaison des aires des carrés construits sur les côtés de triangles de différents types, on peut faire découvrir que la relation de Pythagore ne se vérifie que lorsque le triangle est rectangle.

Mesures trigonométriques dans le triangle rectangle

Un logiciel de géométrie dynamique permet d'introduire le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle comme des rapports constants dans des triangles rectangles semblables.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de cette UAA, l'enseignant entrainera les élèves à

- déterminer des éléments intermédiaires utiles à la résolution du problème,
- élaborer un plan de résolution avant de commencer à effectuer les calculs,
- justifier des constructions (par exemples : tangentes à un cercle issues d'un point extérieur à ce cercle, segment dont la mesure est exprimée par un nombre irrationnel),

- choisir la relation trigonométrique à utiliser pour calculer une mesure de longueur, une amplitude d'angle en fonction des informations données,
- utiliser efficacement les fonctions d'une calculatrice scientifique,
- vérifier la plausibilité d'un résultat.

L'enseignant veillera à créer des situations où

- le triangle rectangle utile à la résolution doit être construit,
- il faut choisir le triangle rectangle adéquat parmi d'autres,
- des ressources antérieures doivent être mobilisées (enseignement en spirale).

Il privilégiera bien sûr les démonstrations relatives à des propriétés géométriques remarquables.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Théorème de Pythagore et sa réciproque	Une monstration n'est pas une démonstration mais peut en être considérée comme une approche. Le théorème de Pythagore doit être démontré ; l'enseignant choisira parmi les démonstrations possibles celle qui s'adapte à ses élèves. Il est important de faire la distinction entre la réciproque et la contraposée de ce théorème. Les applications du théorème sont nombreuses, on traitera notamment les problèmes suivants : - le calcul de la diagonale d'un carré (*), d'un rectangle, - le calcul de la diagonale d'un cube (*), d'un parallélépipède rectangle, - le calcul de la hauteur d'un triangle équilatéral (*), - le calcul de la distance entre deux points dans un repère orthonormé (*), - la construction d'un segment dont le carré de la longueur est un naturel (aux instruments ou avec un logiciel de géométrie). On ne manquera pas de dégager une formule générale pour les problèmes marqués d'une étoile (*).
Inscriptibilité d'un triangle rectangle dans un demi-cercle Propriété de la médiane relative à l'hypoténuse Propriétés métriques dans un triangle rectangle (hauteur et côté de l'angle droit du triangle comme moyenne géométrique de deux longueurs)	L'inscriptibilité d'un triangle rectangle dans un demi-cercle sera démontrée. Cette propriété induit celle de la médiane relative à l'hypoténuse d'un triangle rectangle. Ces propriétés sont démontrées puis exploitées dans l'apprentissage progressif de la démonstration. C'est l'occasion de construire un segment dont la longueur est la moyenne géométrique de deux longueurs données (aux instruments ou avec un logiciel de géométrie). On peut aussi, en écrivant l'aire du triangle de deux manières (la base est l'hypoténuse ou est un côté de l'angle droit), déduire la relation qui exprime la hauteur relative à l'hypoténuse en fonction des trois côtés.

Nombres irrationnels	Le calcul de mesures à l'aide du théorème de Pythagore permet de découvrir des nombres irrationnels. Il est donc naturel de les introduire dans cette UAA et opportun d'en préciser le contexte historique. L'irrationalité de $\sqrt{2}$ peut être démontrée. Les techniques de calcul liées aux nombres irrationnels sont précisées dans la 3UAA5.
Définition du sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le triangle rectangle Nombres trigonométriques de $30°$, $45°$ et $60°$ Angle correspondant à une pente, à une inclinaison exprimée en %	Le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle sont définis comme des rapports dans un triangle rectangle. On établira ensuite les inégalités $0 \leq \cos a \leq 1$ et $0 \leq \sin a \leq 1$ $(0° \leq a \leq 90°)$ ainsi que l'égalité $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$. Il ne faut pas manquer d'attirer l'attention sur les relations entre les nombres trigonométriques d'angles complémentaires. On associe la pente à la tangente et l'inclinaison au sinus d'un angle.
Outils logiques (utilisation en contexte) Réciproque Implication Équivalence Négation Contraposition	Pour illustrer ces notions, il ne faut pas hésiter à sortir du contexte géométrique, voire mathématique.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Démontrer le théorème de Pythagore et sa réciproque	
Distinguer réciproque et contraposée du théorème de Pythagore	
Transposer les propriétés du triangle rectangle dans des situations non prototypiques	Pour créer une situation non prototypique, il suffit de modifier le choix des lettres dans les annotations, de placer le triangle dans un environnement inhabituel ou dans une figure plus complexe.
Reconnaitre les conditions d'application des propriétés du triangle rectangle	L'élève doit choisir la relation métrique ou trigonométrique adéquate pour calculer certains éléments du triangle et justifier son choix.

Établir une propriété métrique dans un triangle rectangle	L'élève doit être capable de démontrer cette propriété.
Établir les nombres trigonométriques dans des triangles rectangles particuliers (**30°** , **45°** et **60°**)	L'élève doit calculer ces nombres trigonométriques dans un demi-carré et un demi-triangle équilatéral.
Appliquer	
Utiliser la réciproque (ou la contraposée) du théorème de Pythagore pour vérifier qu'un triangle est (ou n'est pas) rectangle	L'élève doit justifier sa conclusion en faisant appel à la réciproque ou à la contraposée du théorème.
Utiliser les propriétés métriques du triangle rectangle dans des calculs (longueur de segments), des problèmes de construction Construire un segment de longueur $\sqrt{a}$ avec a naturel Calculer la distance entre deux points dans un repère orthonormé	
Utiliser les relations trigonométriques du triangle rectangle	Pour obtenir une valeur approchée d'un nombre trigonométrique d'un angle et réciproquement, l'élève doit utiliser la calculatrice.
Transférer	
Démontrer des propriétés géométriques en utilisant le théorème de Pythagore, les propriétés métriques et les relations trigonométriques du triangle rectangle	L'élève doit structurer sa démonstration et énoncer complètement les définitions et les propriétés utilisées. Les connecteurs logiques et les notations doivent être utilisés à bon escient.
Résoudre un problème (calcul d'une longueur, construction) en utilisant le théorème de Pythagore, les propriétés métriques et les relations trigonométriques du triangle rectangle	

4.3 Stratégies transversales

S'adapter à des notations variées et à des situations non prototypiques

La position donnée aux figures sur une feuille de papier et les notations attribuées aux éléments qui les composent fournissent un apprentissage de l'identification des figures en jeu ainsi que les propriétés utiles à mettre en œuvre dans le contexte du problème.

Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée

Il est intéressant de confronter différentes méthodes de résolution d'un même problème.

Dégager les éléments essentiels d'un énoncé ou d'une figure

Dégager les éléments essentiels et utiles d'un énoncé ou d'une figure est une étape indispensable pour choisir un outil de manière raisonnée.

Rédiger, argumenter, structurer, démontrer
Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique

L'apprentissage de l'argumentation et de la démonstration aboutira à la structuration et à la rédaction claire et cohérente d'une démonstration, tout en respectant la syntaxe de la logique mathématique. Les exigences seront les mêmes pour les constructions et dans les résolutions de problèmes.

Utiliser la calculatrice

L'usage de la calculatrice pour rechercher des nombres trigonométriques d'angles et réciproquement est un impératif. Toutefois, les transformations des mesures d'angles décimaux en degrés, minutes, secondes resteront anecdotiques et s'inscriront plutôt dans un contexte historique relatif aux bases sexagésimales.

Tester une conjecture à l'aide de l'outil informatique

Cette UAA convient particulièrement pour installer de bonnes pratiques dans l'utilisation de la calculatrice mais aussi pour inciter l'élève à exploiter les ressources d'un logiciel de géométrie dynamique (construction de la figure associée à un problème, possibilité de tester une conjecture, de vérifier certains calculs).

Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures

Il n'est pas concevable d'évoquer le nom de Pythagore sans considérer ses apports en mathématiques ainsi que dans l'histoire.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Théorème de Pythagore et les propriétés métriques	30%	35%	35%
Trigonométrie du triangle rectangle	20%	50%	30%

3UAA3 - Approche graphique d'une fonction

Compétences à développer

RECHERCHER DES INFORMATIONS SUR DES FONCTIONS À PARTIR DE LEUR REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

L'objectif de cette UAA est de faire émerger progressivement la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre un nombre à un autre nombre et d'étudier ainsi les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.

La recherche d'informations sur une fonction (domaine, ensemble-image, croissance, extrema, zéros, variations de signe) se fera uniquement à partir de sa représentation graphique et donnera l'occasion de fixer le vocabulaire et les notations propres aux fonctions.

Les exemples seront issus de situations concrètes ou choisis dans d'autres disciplines.

1.2 Balises

Le volet « expression analytique de la fonction » ne sera pas abordé. Les différentes recherches se feront uniquement par analyse du graphique sans effectuer de calculs.

2. Contexte

Prérequis - Socles de compétences

- Associer un point à ses coordonnées dans un repère (droite, repère cartésien).
- Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.

3UAA3 - Approche graphique d'une fonction

Prolongements

Les acquis de cette UAA seront réinvestis dans les UAA d'analyse notamment les 3UAA4, 4UAA4 et 4UAA5 ainsi que dans d'autres contextes disciplinaires.

3UAA4 – Premier degré

Reconnaitre une situation qui se modélise par une fonction du premier degré.

Traiter un problème qui utilise des fonctions du premier degré.

4UAA4 – Fonctions de référence

S'approprier différents modèles fonctionnels.

4UAA5 – Deuxième degré

Résoudre des problèmes, y compris d'optimisation, se modélisant par une équation, une inéquation ou une fonction du 2e degré.

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA prévue pour 8 à 10 périodes de cours ne demande pas à être découpée en plusieurs séquences. Une évaluation sommative sera envisagée à la fin de l'UAA.

Elle peut être vue à n'importe quel moment de l'année mais avant la 3UAA4.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

3.2 Points d'ancrage

Les graphiques seront choisis dans des revues scientifiques, dans la presse, dans la publicité, dans d'autres cours… Les exemples traités ne doivent pas être limités à des représentations graphiques où les points sont alignés. En effet, travailler avec des fonctions non affines permet d'introduire les notions de variation et d'extrema.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre l'objectif de cette UAA, l'enseignant entrainera les élèves à

- interpréter les observations faites sur le graphique et les formuler par des phrases écrites en langage usuel,
- utiliser des quantificateurs pour formuler correctement les définitions et décrire précisément les résultats des exercices,
- utiliser les symboles propres à la logique pour traduire les observations en langage mathématique.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Relation, fonction	La définition de la notion de fonction fera référence à la notion de couple et au sens logique de l'expression « au plus un » ou encore, une fonction ***f*** sera définie comme une relation qui, à un nombre **x**, associe au plus un nombre noté ***f(x)***. On n'hésitera pas à sortir du contexte mathématique pour illustrer une relation et une fonction. Le graphe sagittal pourra être utilisé pour distinguer une fonction d'une relation qui n'est pas une fonction.
Variable dépendante, variable indépendante	On insistera sur les notations : ***f*** est la fonction, **x** est la variable (indépendante), ***f(x)*** est l'image de **x** par la fonction (variable dépendante).
Graphique d'une fonction	On définira le graphique d'une fonction comme l'ensemble des points de coordonnée ***(x, f(x))*** tels que **x** appartient au domaine de ***f***. On attirera l'attention sur différentes conventions pour montrer qu'un point appartient ou non au graphique d'une fonction (couleurs, symboles…).
Parties de $\mathbb{R}$	Le vocabulaire ensembliste sera utilisé pour noter les parties de $\mathbb{R}$. Les intervalles seront écrits sous la forme $[a,b]$, $]a,b[$, $[a,b[$, $]a,b]$, $[a,+\infty[$, $]a,+\infty[$, $]-\infty,a]$ et $]-\infty,a[$.
Eléments caractéristiques d'une fonction exclusivement à partir de son graphique : domaine et ensemble-image, image d'un réel, zéro(s), signe	L'élève sera familiarisé au vocabulaire et aux notations relatives aux fonctions. Une même idée pourra s'exprimer de différentes manières : « c a pour image d par la fonction f », « d est l'image de c par la fonction f », « $f(c)=d$ » et « le point de coordonnée (c,d) appartient au graphique de f ». Il est important de faire la distinction entre les zéros de la fonction et les points d'intersection du graphique de la fonction avec l'axe des abscisses. Les éléments caractéristiques d'une fonction peuvent être efficacement synthétisés dans un tableau.

Croissance et décroissance	Les outils logiques et les quantificateurs seront utilisés pour définir la (dé)croissance d'une fonction dans un intervalle donné. La notion d'extremum local d'une fonction continue peut être envisagée de manière intuitive.
Outils logiques (utilisation en contexte) Quantificateurs	
Vocabulaire ensembliste (utilisation en contexte) Union, intersection, différence	

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Distinguer graphiquement fonction et relation	L'élève sera capable de justifier qu'un graphique donné est celui d'une fonction ou celui d'une relation non fonctionnelle.
Verbaliser la dépendance entre les variables, à partir d'un graphique contextualisé	
Tracer le graphique d'une fonction et d'une relation non fonctionnelle	Il s'agit ici de demander à l'élève d'esquisser le graphique d'une fonction et celui d'une relation non fonctionnelle.
Appliquer	
A partir du graphique d'une fonction	
Rechercher le domaine, l'ensemble-image d'une fonction et les points d'intersection de son graphique avec les axes	
Ecrire les parties de $\mathbb{R}$ où une fonction est positive, négative ou nulle et construire le tableau de signe correspondant	L'élève doit utiliser correctement le vocabulaire ensembliste, les notations propres aux fonctions, les quantificateurs et les connecteurs logiques.
Déterminer les parties de $\mathbb{R}$ où une fonction est croissante ou décroissante	

A partir des graphiques de deux fonctions	
Rechercher la coordonnée du(des) point(s) d'intersection de ceux-ci	
Résoudre des équations et inéquations de type : $f(x)=g(x)$, $f(x)<g(x)$, $f(x)>g(x)$ (y compris lorsque l'une est une fonction constante)	L'élève doit utiliser correctement le vocabulaire ensembliste, les notations propres aux fonctions, les quantificateurs et les connecteurs logiques.
Transférer	
Résoudre un problème nécessitant la recherche d'éléments caractéristiques du graphique d'une fonction	Le(s) graphique(s) doit(doivent) faire partie des données du problème.
Tracer le graphique d'une fonction qui répond aux conditions données	L'élève doit tracer un graphique de fonction à partir d'une liste d'informations (tableau de valeurs, domaine, croissance, zéros…) mais jamais à partir d'une expression analytique.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Exploiter un graphique

Les graphiques seront issus de situations concrètes ou d'autres disciplines afin de donner du sens à l'apprentissage.

Utiliser les opérateurs ensemblistes

L'élève sera initié à l'utilisation des opérateurs logiques.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Approche graphique d'une fonction	10%	70%	20%

3UAA4 - Fonction du premier degré

Compétences à développer

RECONNAITRE UNE SITUATION QUI SE MODÉLISE PAR UNE FONCTION DU PREMIER DEGRÉ

TRAITER UN PROBLÈME QUI UTILISE DES FONCTIONS DU PREMIER DEGRÉ

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

La 3UAA3 a fait émerger la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre un nombre à un autre nombre. Dans la 3UAA4, ce processus est explicité par une expression analytique simple à partir de laquelle le graphique est facilement établi.

Les différentes représentations (tableau de valeurs, expression analytique, graphique) sont exploitées pour préciser les caractéristiques d'une fonction du premier degré et répondre à des questions relatives à une situation modélisable par une telle fonction.

À partir d'une des représentations d'une fonction du premier degré (tableau, graphique, expression analytique), l'élève sera capable de déterminer les deux autres.

Cette UAA permettra également de compléter le travail réalisé sur la proportionnalité dans les années antérieures.

1.2 Balises

Les droites rencontrées dans cette UAA sont avant tout des graphiques de fonctions et ne doivent pas être étudiées en tant qu'objets géométriques. L'équation d'une droite n'est pas au programme de la première année du deuxième degré mais sera abordée dans la 4UAA6 (géométrie analytique plane).

Ainsi, la détermination algébrique de la coordonnée du point d'intersection des graphiques de deux fonctions $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{g}$ passera par la résolution de l'équation $\boldsymbol{f(x)=g(x)}$.

Il ne s'agit pas, dans ce contexte, de déterminer la coordonnée du point d'intersection de deux droites par résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues mais bien de déterminer le nombre qui a même image par $\boldsymbol{f}$ et par $\boldsymbol{g}$.

2. Contexte

Prérequis - Socles de compétences

- Résoudre et vérifier une équation du premier degré à une inconnue issue d'un problème simple.
- Calculer les valeurs numériques d'une expression littérale.
- Associer un point à ses coordonnées dans un repère (droite, repère cartésien).
- Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe.
- Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs.
- Reconnaitre un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.
- Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.
- 3UAA3 - Approche graphique d'une fonction.
- 3UAA5 - Principes d'équivalence des (in)égalités.

3UAA4 - Premier degré

Prolongements

Les acquis de cette UAA seront notamment réinvestis dans toutes les UAA d'analyse et plus particulièrement dans les 4UAA4 et 4UAA5 ainsi que dans d'autres contextes disciplinaires.

4UAA4 – Fonctions de référence

S'approprier différents modèles fonctionnels.

4UAA5 – Deuxième degré

Résoudre des problèmes, y compris d'optimisation, se modélisant par une équation, une inéquation ou une fonction du 2^e degré.

Associer graphiques et expressions analytiques de fonctions du 2^e degré.

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA prévue pour 14 à 16 périodes de cours ne demande pas d'être divisée en plusieurs séquences pédagogiques. Une évaluation sommative sera envisagée en fin de l'UAA.

Cette unité doit être enseignée après la 3UAA3 mais pas nécessairement à sa suite.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'utilisation de l'outil informatique (tableur, logiciel de géométrie dynamique) contribue à la mise en place du concept de fonction dans ses aspects numériques et graphiques.

3.2 Points d'ancrage

À partir de situations concrètes de proportionnalité directe, la notion de coefficient de proportionnalité sera rappelée pour mettre en évidence le processus $x \to mx\,(m \neq 0)$ qui lui est associé ainsi que l'alignement des points de leur représentation graphique avec l'origine du repère.

Les exemples mettant en jeu des fonctions affines seront issus de situations concrètes, de thèmes interdisciplinaires. Les conversions d'échelles de températures Celsius-Fahrenheit, les conversions d'unités anglo-saxonnes en unités SI (Système International), les conversions d'unités monétaires en sont des illustrations.

À partir d'un tableau de valeurs, il est facile de constater qu'à des accroissements égaux de x correspondent des accroissements égaux de $f(x)$. On passera ensuite à des accroissements unitaires de x pour introduire le rôle du paramètre m.

Par exemple, $f : x \to 2x+5$

x	-2	1	4	7	10	13
$f(x)$	1	7	13	19	25	31
$\Delta f(x)$		6	6	6	6	6

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de l'UAA, l'enseignant insistera sur le fait que

- l'ordonnée des points du graphique de la fonction est calculée à partir de l'expression analytique de celle-ci,
- deux points suffisent pour tracer le graphique d'une fonction du premier degré et qu'un troisième point permet de valider la construction.

Il habituera l'élève à

- déterminer les paramètres ***m*** et ***p*** à partir du tableau de valeurs, de la représentation graphique ou de l'expression analytique d'une fonction,
- à passer d'une représentation à une autre (expression analytique – tableau – graphique),
- vérifier la concordance entre les valeurs des paramètres et le tracé du graphique de la fonction,
- faire la relation entre la (dé)croissance d'une fonction du premier degré et le signe de ***m*** ,
- associer la valeur de ***p*** à l'ordonnée du point d'intersection du graphique de la fonction du premier degré et de l'axe des ordonnées,
- associer le zéro de la fonction du premier degré à l'abscisse du point d'intersection de son graphique et de l'axe des abscisses,
- synthétiser les caractéristiques d'une fonction du premier degré (zéros et signe) dans un tableau.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Fonction du premier degré $x \to mx + p(m \neq 0)$	On mettra en correspondance les différentes représentations d'une fonction du premier degré (expression analytique, tableau, graphique) et on montrera comment passer d'une représentation à une autre.
Fonction constante $x \to p$ Représentation graphique de la fonction du premier degré et de la fonction constante	On fera remarquer qu'une fonction constante n'est pas une fonction du premier degré.
Rôle des paramètres m et p	L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique permet de visualiser l'influence des paramètres m et p sur le graphique de la fonction du premier degré. La propriété des accroissements $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ constants sera reliée à la pente du graphique de la fonction et justifiée par des triangles semblables. On déterminera les paramètres m et p à partir du tableau de valeurs, de la représentation graphique ou de l'expression analytique d'une fonction. On fera remarquer que le paramètre p est l'ordonnée du point d'intersection du graphique avec l'axe des ordonnées mais est aussi l'image de 0 par la fonction.
Caractéristiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante - Zéro - Signe - Croissance - décroissance	Le zéro et le signe d'une fonction, déterminés graphiquement dans la 3UAA3, doivent être également déterminés à partir de l'expression analytique. On fera le lien entre le signe de m et la croissance (ou décroissance) de la fonction. La variation de signes et le zéro d'une fonction peuvent être efficacement synthétisés dans un tableau.
Inéquation du premier degré	Dans un premier temps, la résolution d'une inéquation se basera sur l'examen des caractéristiques de la fonction du premier degré. La résolution d'inéquations faisant appel à des techniques algébriques fait partie de la 3UAA5.

Intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré et/ou constantes	La détermination algébrique de la coordonnée du point d'intersection des graphiques de deux fonctions ***f*** et ***g*** passera simplement par la résolution de l'équation $f(x)=g(x)$.
Outils logiques (utilisation en contexte) Connecteurs (et, ou) Équivalence	

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Associer tableau de nombres – graphique – expression analytique	On proposera à l'élève des exercices d'appariement des différentes représentations d'une fonction.
Identifier les paramètres ***m*** et ***p*** dans un tableau de valeurs, sur un graphique ou à partir d'une expression analytique	Lorsqu'il s'agit d'identifier les paramètres à partir d'un tableau de valeurs ou d'un graphique, les données fournies à l'élève doivent être suffisamment explicites, de manière à réduire au maximum les calculs.
Appliquer	
Tracer le graphique d'une fonction du premier degré et d'une fonction constante	L'élève doit utiliser correctement le vocabulaire ensembliste, les notations propres aux fonctions, les quantificateurs et les connecteurs logiques.
Déterminer les paramètres ***m*** et ***p*** d'une fonction répondant à certaines conditions	
Déterminer l'image d'un réel par une fonction du premier degré ou par une fonction constante	
Vérifier l'appartenance d'un point du plan au graphique d'une fonction du premier degré ou d'une fonction constante	
Déterminer algébriquement et graphiquement la coordonnée du point d'intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré et/ou constantes	

Résoudre une inéquation du premier degré	La résolution d'une inéquation du type $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$, $f(x) \leq g(x)$, $f(x) \geq g(x)$ se fera en interprétant les graphiques de ces fonctions. L'élève doit écrire l'ensemble solution en utilisant le vocabulaire ensembliste.
Transférer	
Traduire une situation contextualisée par une fonction, une équation ou une inéquation du premier degré	L'élève sera capable de modéliser une situation contextualisée. Celle-ci peut être issue de données expérimentales extraites d'autres disciplines ou d'un contexte mathématique.
Résoudre un problème qui nécessite l'utilisation de fonctions, d'équations ou d'inéquations du premier degré	

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Modéliser et résoudre des problèmes

Modéliser consiste à trouver la fonction qui traduit le problème afin de pouvoir le résoudre.

Reconnaitre le modèle affin

Reconnaitre des situations dans lesquelles les accroissements des valeurs de la fonction sont proportionnels aux accroissements de la variable.

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction

Signifie dans le cas présent, mettre en relation l'expression analytique, le graphique et un tableau de valeurs.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Fonction du premier degré	20%	50%	30%

3UAA5 - Outils algébriques

Compétences à développer

MAITRISER DES OUTILS ALGÉBRIQUES POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

L'objectif de cette UAA est de compléter les techniques algébriques vues au premier degré.

Les principes d'équivalence des égalités et des inégalités seront formalisés afin d'outiller les élèves pour la suite et notamment pour les cours de sciences. Ce sera l'occasion de résoudre des équations et inéquations tout en prêtant une attention particulière à l'écriture des solutions.

L'objectif du calcul sur les polynômes est la division et la factorisation, dans le but de simplifier des fractions rationnelles, de rechercher les zéros de fonctions polynômes et, plus tard, de rechercher des asymptotes (5GUAA3 et 5SUAA3). La factorisation débouchera sur la résolution d'équations « produits » et sur l'étude de signe de fonctions rationnelles.

Les outils algébriques abordés dans cette UAA doivent être mis autant que possible en relation avec les problèmes qu'ils permettent de résoudre. Il faut cependant entrainer les élèves à appliquer les nouvelles techniques au-delà de ces besoins en vue des attendus des UUA des années suivantes.

1.2 Balises

Les élèves doivent s'approprier les techniques opératoires en s'entrainant avec des exercices d'un niveau de difficulté judicieuse autant pour les calculs sur les puissances, les radicaux, les fractions rationnelles et les équations fractionnaires.

Le calcul avec des polynômes de degré trop élevé ne se justifie pas. L'addition et la multiplication de polynômes sont des opérations sur les expressions littérales et ne nécessitent plus un entrainement intensif. Il n'est pas nécessaire d'imposer une disposition pratique pour réaliser ces opérations.

Les équations de droites ne seront vues qu'en deuxième année du degré (4UAA6), donc un système de deux équations à deux inconnues ne doit pas être interprété graphiquement.

2. Contexte

Prérequis - Socles de compétences

- Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées, avec des entiers, des décimaux et des fractions munis d'un signe (y compris l'élévation à une puissance).
- Utiliser la soustraction comme la réciproque de l'addition et la division comme la réciproque de la multiplication.
- Utiliser les propriétés des opérations.
- Utiliser avec pertinence le calcul mental, le calcul écrit ou la calculatrice en fonction de la situation.
- Effectuer un calcul comportant plusieurs opérations à l'aide de la calculatrice.
- Utiliser l'égalité en termes de résultat et en termes d'équivalence.
- Respecter les priorités des opérations.
- Utiliser les conventions d'écriture mathématique.
- Transformer des expressions littérales en respectant la relation d'égalité et en ayant en vue une forme plus commode.
- Construire des expressions littérales où les lettres ont le statut de variables ou d'inconnues.
- Résoudre et vérifier une équation du premier degré à une inconnue issue d'un problème simple.
- Calculer les valeurs numériques d'une expression littérale.
- Utiliser, dans leur contexte, les termes usuels et les notations propres aux nombres et aux opérations.
- Additionner et soustraire deux grandeurs fractionnées.

3UAA5 - Outils algébriques

Prolongements

Les acquis de cette UAA seront réinvestis dans la plupart des UAA des deuxième et troisième degrés ainsi que dans d'autres contextes disciplinaires.

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 48 à 52 périodes de cours.

Elle doit être divisée en au moins trois séquences pédagogiques. L'une d'elles traiterait des équations, inéquations, systèmes (environ 15 périodes) ; une autre se pencherait sur les puissances et radicaux (environ 10 périodes), et une dernière sur les polynômes, la factorisation et les fractions rationnelles (environ 25 périodes).

Chacune de ces séquences sera abordée au moment opportun et suivie d'une évaluation sommative.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

3.2 Points d'ancrage

De manière générale, il n'est pas nécessaire d'introduire les outils algébriques par des situations contextualisées.

Néanmoins, les puissances à exposants entiers peuvent être introduites à partir de situations qui nécessitent l'utilisation de la notation scientifique.

Le théorème de Pythagore permet de rencontrer les radicaux d'indice deux.

Élever au carré ou au cube est une opération assez fréquente dans la vie courante puisqu'elle intervient dans le calcul de l'aire et du volume. Dès lors, pour pouvoir calculer le côté d'un carré d'aire donnée, le rayon d'une boule de volume connu, il est nécessaire d'étudier les propriétés des radicaux d'indices 2 et 3.

L'écriture d'un système d'équations sera initiée lors de la résolution de problèmes (éventuellement issus d'autres disciplines) qui font intervenir deux inconnues liées par une relation simple et qui auraient pu être résolus à l'aide d'une seule inconnue.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de l'UAA l'enseignant entrainera les élèves à

- suivre l'ordre logique des démarches de factorisation,
- mettre en lien la factorisation avec la règle du produit nul,
- utiliser la factorisation pour rechercher le dénominateur commun, pour simplifier, pour effectuer des opérations sur des fractions rationnelles,
- résoudre des équations, des inéquations et des systèmes en respectant les principes d'équivalence,

- vérifier si la solution d'une équation contenant des fractions rationnelles est acceptable compte tenu des conditions d'existence,
- distinguer la solution d'une équation de la solution du problème,
- se servir correctement de la calculatrice scientifique.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Principes d'équivalence des inégalités	Après avoir rappelé les principes d'équivalence des égalités, on établira les analogies et différences avec les principes d'équivalence des inégalités.
Equations et inéquations du premier degré à une inconnue	On appliquera les principes d'équivalence des égalités et inégalités pour résoudre des équations et inéquations du premier degré à une inconnue. Parmi celles-ci on distinguera les équations et inéquations impossibles et indéterminées. L'élève sera habitué à vérifier si un nombre est solution d'une (in)équation, à écrire l'ensemble des solutions d'une inéquation sous forme d'une partie de $\mathbb{R}$ et à le représenter graphiquement.
Système d'équations linéaires	Il est intéressant de mener une réflexion sur le choix de la méthode la plus judicieuse (substitution ou combinaisons linéaires) à employer sans nécessairement l'imposer. On entrainera l'élève à vérifier la solution du système et à reconnaitre si un couple de nombres donnés en est ou non solution. L'examen des coefficients des équations permettra de reconnaitre si un système est indéterminé ou impossible.
Puissances à exposants entiers	Les propriétés des puissances à exposants naturels sont généralisées aux puissances à exposants entiers.
Racines (carrée – cubique)	Les racines carrées d'un nombre réel positif sont définies comme solutions de l'équation $x^2 = a$. On précisera que la notation $\sqrt{a}$ est la racine carrée positive. Les propriétés des radicaux d'indice 2 peuvent être conjecturées, notamment à l'aide d'une calculatrice, et peuvent être ensuite démontrées. On se limitera à définir la racine cubique d'un nombre comme solution de l'équation $x^3 = a$.

Polynômes à une variable - degré - coefficients - opérations	La terminologie : degré, coefficient, variable, terme indépendant, polynôme complet, polynôme ordonné, valeur numérique d'un polynôme… sera établie. On montrera qu'il est possible de prévoir le degré du produit ou du quotient de deux polynômes sans effectuer l'opération. L'algorithme de la division de naturels servira de modèle pour la division euclidienne de polynômes. Le résultat de cette division sera écrit sous la forme $\boldsymbol{D = d.q + r}$ (avec le degré du reste strictement inférieur au degré du diviseur).
Loi du reste de la division par $(\boldsymbol{x-a})$	La loi du reste sera démontrée et la condition de divisibilité d'un polynôme par $(\boldsymbol{x-a})$ en sera déduite.
Factorisation	Plusieurs techniques de factorisation peuvent se combiner : mise en évidence, groupement, identités remarquables et division par $(\boldsymbol{x-a})$.
Règle du produit nul Equation produit	Cette règle permet de résoudre certaines équations d'un degré supérieur à $\boldsymbol{1}$.
Fractions rationnelles	Après avoir recherché les conditions d'existence de fractions rationnelles, on les simplifiera, on effectuera des opérations entre elles et on les utilisera dans des équations.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Justifier les différentes étapes d'une résolution d'équation ou d'inéquation	L'élève doit énoncer les principes d'équivalence utilisés.
Ecrire l'égalité traduisant la division d'un polynôme par un autre	
Justifier les différentes étapes d'un calcul avec des puissances et des radicaux	L'élève doit énoncer les propriétés utilisées.
Reconnaitre qu'un polynôme est divisible par $(\boldsymbol{x-a})$ sans effectuer la division	L'élève doit démontrer la loi du reste mais aussi justifier la divisibilité d'un polynôme par $(\boldsymbol{x-a})$ en appliquant cette loi.

Appliquer	
Modifier la forme d'une expression algébrique dans le but de résoudre une équation, une inéquation ou de simplifier une fraction	L'élève doit modifier la forme d'une expression, notamment effectuer des opérations, réduire au même dénominateur, factoriser…
Résoudre un système de deux équations à deux inconnues	Il faut exiger que la solution d'un système soit écrite sous la forme d'un couple de nombres. L'élève doit être capable de vérifier si un couple de nombres est solution d'un système d'équations.
Calculer une valeur numérique d'un polynôme	
Déterminer les conditions d'existence de fractions rationnelles et simplifier ces fractions	
Résoudre une équation contenant des fractions rationnelles	L'élève doit poser les conditions d'existence, résoudre l'équation et vérifier si la(les) solution(s) est(sont) acceptable(s).
Transférer	
Résoudre un problème se ramenant à la résolution d'une équation et d'un système d'équations	L'élève doit poser le choix de(s) inconnue(s), effectuer la mise en équation(s) et résoudre l'équation ou le système. Il doit également vérifier la plausibilité de la solution et l'interpréter dans son contexte en rédigeant une phrase correcte.
Résoudre un problème mobilisant la notation scientifique	Les situations seront notamment choisies dans les cours de sciences.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Acquérir les techniques algébriques pour traiter diverses situations

Certaines techniques algébriques de cette UAA sont des extensions de celles abordées au premier degré. Elles sont essentielles pour la suite des apprentissages en mathématiques et dans toutes les autres disciplines scientifiques.

Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique

Entrainer les élèves à respecter la syntaxe de la logique mathématique les aidera à rédiger clairement la solution de problèmes et à présenter un écrit compréhensible.

4.4 Pondération des processus

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Equations, inéquations, systèmes	10%	50%	40%
Puissances et radicaux	20%	60%	20%
Polynômes, factorisation et fractions rationnelles	30%	70%	0%

4UAA1 - Statistique descriptive

Compétences à développer

À PARTIR D'INFORMATIONS COLLECTÉES DANS LES MÉDIAS, DE RÉSULTATS DE SIMULATIONS OU D'EXPÉRIENCES :

- CHOISIR, ÉTABLIR UNE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE PERTINENTE ;
- DÉTERMINER DES INDICATEURS UTILES POUR ÉCLAIRER UNE SITUATION DONNÉE ;
- INTERPRÉTER ET RELATIVISER LA PORTÉE D'INFORMATIONS GRAPHIQUES OU NUMÉRIQUES.

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

L'objectif de l'UAA est d'initier les élèves aux outils de base de la statistique descriptive afin qu'ils puissent organiser des données, les présenter de manière pertinente, les représenter à l'aide de graphiques, calculer des indicateurs (ou paramètres) et les interpréter. Ceux-ci permettront aux élèves d'exercer un regard critique sur l'exploitation de données statistiques issues de contextes réels (médias, autres disciplines).

Il est indispensable d'apprendre aux élèves à traiter manuellement des données statistiques mais également à utiliser le menu statistique d'une calculatrice, les fonctions de base d'un tableur (insérer des données, créer un graphique, déplacer ou copier une formule, insérer une fonction statistique…).

1.2 Balises

Il est important de donner un but aux études statistiques : faire des calculs sur des tableaux de nombres sans question réelle sous-jacente n'est pas d'un grand intérêt.

Les outils actuels (tableurs, calculatrices) doivent être utilisés pour éviter les calculs routiniers et fastidieux. Il n'y a dès lors plus de frein à exploiter des données statistiques réelles, plus porteuses de sens pour les élèves.

Toutefois, c'est en calculant sans outils les indicateurs de position ou de dispersion, que l'élève perçoit la signification des formules. Dans ce cas, le nombre et le choix des données doivent rester raisonnables.

Le signe sommatoire Σ peut être utilisé pour écrire les formules. Toutefois, la manipulation de ce symbole à des fins techniques n'est pas envisagée.

2. Contexte

Prérequis - Socles de compétences

- Organiser selon un critère des données issues de contextes divers.
- Lire un graphique, un tableau, un diagramme.
- Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.
- Représenter des données par un graphique, un diagramme.
- Déterminer un effectif, un mode, une fréquence, la moyenne arithmétique, l'étendue d'un ensemble de données discrètes.
- Dans une situation simple et concrète (tirage de cartes, jets de dés...), estimer la fréquence d'un événement sous forme d'un rapport.

4UAA1 - Statistique descriptive

Prolongements

5B, 5G, 5SUAA1 – Statistique à deux variables

6B, 6G, 6SUAA1 - Probabilités

6B, 6G, 6SUAA2 – Lois de probabilités

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 18 à 22 périodes de cours.

Il n'est pas nécessaire de la diviser en plusieurs séquences pédagogiques. Une évaluation sommative sera donc envisagée en fin d'UAA.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

3.2 Points d'ancrage

a) Dans le but de réactiver les notions de statistiques abordées au premier degré et d'illustrer les notions de population, d'échantillon, de caractères qualitatif, quantitatif, discret et continu, de classes de données, d'effectifs et fréquences, cumulés ou non, on peut exploiter des graphiques et des tableaux statistiques issus des médias, de sites officiels, de documents domestiques (factures d'eau et d'électricité…).

b) La réalisation d'expériences aléatoires telles que lancers de dés, de pièces… (manuellement ou avec un générateur de nombres aléatoires) permet de s'interroger sur les fréquences obtenues par de telles simulations. Ceci préparera à la notion de probabilité vue en 6e année.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre l'objectif de cette UAA, l'enseignant entrainera l'élève à

- décoder et comparer les informations reprises dans des tableaux et des graphiques,
- apprécier la pertinence du type de graphiques retenu pour présenter des données,
- choisir les représentations appropriées au type de données proposées (discret ou continu),
- choisir la représentation utile pour soutenir une argumentation,
- apporter des indications précises sur les graphiques pour garantir leur lisibilité (légende, titres et échelles des axes, coupure d'axe…),
- utiliser les outils informatiques (calculatrice, tableur…).

L'enseignant veillera à montrer les effets visuels induits par certains types de graphiques (3D notamment) ou par un choix particulier des unités et de l'origine des axes.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Population et échantillon	On attirera l'attention sur le fait que les observations sont souvent effectuées sur un échantillon et que les paramètres ou indicateurs statistiques qui sont calculés sur celui-ci ne sont qu'une estimation de ceux de la population.
Caractères qualitatif et quantitatif	
Caractères discret et continu	
Classes de données, centre de classe	En fonction des exemples présentés, on ne manquera pas d'évoquer la part de subjectivité dans le choix du nombre, des limites et des amplitudes de classes. On montrera qu'un nombre de classes trop grand n'apporte pas plus de lisibilité à l'étude statistique et que, si ce nombre est trop petit, la perte d'informations est trop importante.
Effectifs et fréquences cumulés	Les notions d'effectif, d'effectif total, de fréquence ont été vues au premier degré. On les rappellera avant d'introduire les notions d'effectifs et de fréquences cumulés.
Indicateurs de position : mode, moyenne arithmétique, médiane, quartiles	L'indicateur le plus répandu est la moyenne, mais il est important de proposer des exemples où, visiblement, cette valeur ne donne pas une information pertinente notamment dans le cas de distributions asymétriques. On précisera que, contrairement à la médiane, la moyenne est influencée par les valeurs extrêmes. La formule de la moyenne peut être écrite en utilisant le signe sommatoire.

Indicateurs de dispersion : étendue, variance, écart type, intervalle interquartile	La formule simplifiée de la variance peut être démontrée. La propriété « *la moyenne d'une série statistique minimise la fonction* $f(x)=\frac{1}{n}\sum_i n_i(x_i-x)^2$ » peut être mise en évidence par un tableur ou par le graphique de $f(x)$ et ne pourra être démontrée que lorsque le second degré aura été abordé. La formule de la variance peut être écrite en utilisant le signe sommatoire. L'intervalle interquartile, qui contient la « moitié centrale » des données statistiques, n'est pas affecté par les valeurs marginales : il constitue donc un indicateur de dispersion incontournable.
Graphiques statistiques : diagramme en bâtons, boîte à moustaches, histogramme et diagrammes cumulatifs	Dans certaines études statistiques, les amplitudes des classes peuvent être différentes. On fera remarquer que c'est l'aire de chaque rectangle de l'histogramme qui doit être proportionnelle à l'effectif ou à la fréquence de la classe qu'il représente. La boite à moustaches constitue un moyen efficace pour visualiser la dispersion des données. Les longueurs des moustaches seront limitées à une fois et demie l'écart interquartile ce qui permet de mettre en évidence les valeurs atypiques.
Fonctions statistiques et graphiques d'un logiciel (ordinateur, tablette ou calculatrice)	Le tableur ou les calculatrices fournissent un ensemble complet de résultats statistiques. Les élèves doivent apprendre à décoder les informations qui y sont données et à distinguer l'écart type de la population (le seul exploité dans cette UAA) de celui de l'échantillon.
Inégalité de Tchebychev (sans démonstration)	Cette inégalité traduit que « *la proportion des données non comprises dans l'intervalle* $[\bar{x}-k\sigma, \bar{x}+k\sigma]$ *est inférieure à* $\frac{1}{k^2}$ ». Elle n'est pas d'une grande précision puisqu'elle exprime que, pour $k=2$, l'intervalle $[\bar{x}-2\sigma, \bar{x}+2\sigma]$ contient au moins trois quarts des données alors que si la distribution est en forme de « cloche », cet intervalle contient environ **95%** des données.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Expliquer le vocabulaire statistique	
Identifier les différents types de caractères statistiques et décrire les informations graphiques et numériques qui peuvent y être associées	
Expliquer pour quels usages sont requis les indicateurs de position et/ou de dispersion	L'élève justifiera le choix et l'emploi d'un indicateur de position en fonction du contexte et il en précisera la portée à l'aide de l'un ou de l'autre indice de dispersion.
Appliquer	
Calculer ou estimer les indicateurs de position et de dispersion et les positionner sur un graphique	Pour visualiser l'écart type sur un graphique, on représentera des intervalles du type $[\bar{x}-k\sigma, \bar{x}+k\sigma]$.
Construire différents graphiques statistiques	
Extraire une information de graphiques et de tableaux statistiques	A partir d'un tableau statistique ou d'un graphique, l'élève doit pouvoir répondre à des questions portant sur les indicateurs, les fréquences et effectifs, cumulés ou non.…
Utiliser l'inégalité de Tchebychev	L'élève constatera que la proportion des données statistiques comprises dans l'intervalle $[\bar{x}-k\sigma, \bar{x}+k\sigma]$ vérifie l'inégalité de Tchebychev ou il déterminera la proportion minimale des données appartenant à un intervalle centré en la moyenne.
Transférer	
Choisir un support graphique, une valeur centrale, un indice de dispersion pour étudier une situation	Dans un problème posé, l'élève doit reconnaitre le type de variable statistique rencontré, représenter le graphique qui illustre sa recherche et calculer les paramètres utiles pour répondre à la question.
Critiquer des informations graphiques, numériques, textuelles	L'élève doit analyser les effets « trompeurs » de certains graphiques (échelles, coupures d'axes, amplitudes différentes de classes…), de l'influence de certaines données sur la moyenne…
Commenter des informations fournies sur un même sujet par différents supports	

Interpréter un résultat obtenu en lien avec le caractère étudié et le contexte	

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Organiser et synthétiser des informations

Fournir des techniques qui permettent d'organiser et de synthétiser des données est l'objet même de la statistique descriptive.

Développer l'esprit critique

L'élève peut être invité à exercer sa vigilance et son esprit critique en repérant dans les médias des graphiques bien construits, appropriés mais aussi des présentations approximatives, peu éclairantes voire trompeuses. Il rédigera correctement ses constatations et observations.

Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation des résultats

À l'aide d'un tableur, l'élève sera capable de présenter un travail personnel, propre et bien structuré décrivant une étude statistique.

Décoder les informations statistiques issues de divers contextes

Afin d'apporter du sens à l'étude des statistiques, les exemples traités seront puisés de préférence dans les médias, dans les cours de sciences ou sciences sociales.

4.4 Pondération

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Statistique descriptive	20%	40%	40%

4UAA2 - Géométrie dans l'espace

Compétences à développer

VISUALISER DANS L'ESPACE DES OBJETS À PARTIR DE LEURS REPRÉSENTATIONS PLANES

CONSTRUIRE DES REPRÉSENTATIONS PLANES D'OBJETS

JUSTIFIER DES CONSTRUCTIONS

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Un objectif de cette UAA est de développer chez l'élève une aptitude à représenter dans le plan une configuration de l'espace. A partir de celle-ci, il pourra entamer un raisonnement, tout en restant critique par rapport aux informations suggérées par la représentation en deux dimensions.
Un autre objectif est de l'entrainer à justifier une construction à l'aide de propriétés et de la commenter en s'appuyant sur une terminologie précise.

1.2 Balises

Dans les constructions des points de percée et les recherches de sections planes, on limitera le niveau de difficulté.

2. Contexte

Prérequis - Socles de compétences

- Reconnaitre, comparer des solides et des figures, les différencier et les classer.
- Construire des figures et des solides simples avec du matériel varié.
- Associer un solide à sa représentation dans le plan et réciproquement (vues coordonnées, perspective cavalière, développement).
- Construire un parallélépipède en perspective cavalière.
- Dans une représentation plane d'un objet, repérer les éléments en vraie grandeur.

4UAA2 - Géométrie dans l'espace

Prolongements

5SUAA6 – Géométrie vectorielle du plan et de l'espace

5SUAA7 – Géométrie synthétique et géométrie analytique de l'espace

6GUAA5 – Géométrie analytique de l'espace

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 22 à 26 périodes de cours.

Elle pourrait être divisée en deux séquences évaluables. La première porterait sur les diverses méthodes de représentations planes d'un objet de l'espace et la comparaison de ces méthodes. La seconde traiterait de la caractérisation des droites et des plans, de leurs positions relatives, des sections planes et points de percée. Une évaluation sommative sera envisagée en fin de chaque séquence.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'outil informatique doit être utilisé par l'enseignant à des fins de présentation.

3.2 Points d'ancrage

Pour mettre en évidence les caractéristiques de différentes perspectives, on exploitera des reproductions d'œuvres d'art, les ombres portées sur un plan par une source lumineuse.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de l'UAA, le professeur entrainera les élèves à

- visualiser des droites, des plans et des solides de l'espace à l'aide de maquettes construites avec des aiguilles, des pailles, du carton, des boites, des pliages (origami)…
- justifier des constructions en utilisant le vocabulaire ensembliste et le langage usuel,
- ne joindre des points, lors de la construction d'une section plane, que lorsqu'ils appartiennent au plan d'une même face,
- appliquer les règles de construction de chacune des perspectives (cavalière et centrale).

Il fera remarquer qu'une représentation en perspective cavalière d'une figure de l'espace dans un plan conserve le parallélisme mais pas l'amplitude des angles.

Il initiera les élèves à l'emploi d'un logiciel de géométrie dynamique 2D pour représenter dans un plan un objet de l'espace.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entraîner chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Représentation plane d'un objet de l'espace	On montrera des représentations d'objets en perspective cavalière, en perspective centrale, en vues coordonnées pour en dégager les caractéristiques et les principes de construction.
Comparaison entre perspectives cavalière et centrale	La comparaison des représentations fera apparaitre l'intérêt de la perspective cavalière. Le but est de disposer d'une représentation plane d'un objet de l'espace qui soit techniquement abordable, visuellement satisfaisante et qui conserve un maximum de propriétés de l'objet ; représentation sur laquelle on peut s'appuyer pour étayer un raisonnement. C'est pourquoi les représentations se feront de préférence en perspective cavalière.
Caractérisation d'une droite et d'un plan	On énoncera les axiomes d'incidence, l'axiome d'Euclide, les différentes déterminations d'un plan.
Positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan	
Propriétés utiles aux constructions des points de percée et des sections planes	L'enseignant doit veiller à organiser de façon cohérente le choix des propriétés qu'il utilisera. Il choisira celles qui seront admises et celles qu'il démontrera. Il doit profiter du contexte pour aborder la notion de condition nécessaire et suffisante, la démonstration par l'absurde.
Outil logique (utilisation en contexte) Implication	Une attention particulière sera portée aux règles de la logique (contraposition de l'implication lors de démonstrations par l'absurde, conditions nécessaires et suffisantes)
Vocabulaire ensembliste (utilisation en contexte) Appartenance, inclusion, intersection	Le vocabulaire ensembliste permet d'exprimer une information de manière compacte. L'enseignant veillera donc à installer et exploiter ce vocabulaire.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Repérer les positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan	L'élève travaillera sur des représentations planes d'un cube, d'un tétraèdre, d'un prisme droit.
Appliquer	
Représenter dans un plan un objet de l'espace	L'élève représentera en perspective cavalière un cube, un prisme droit, un tétraèdre et une pyramide. La position du solide par rapport au plan de projection peut être non prototypique.
Construire un point de percée	Il travaillera dans un cube, un parallélépipède rectangle et un tétraèdre.
Construire une section plane	On ne proposera pas à l'élève de déterminer des sections planes qui nécessitent la recherche préalable de points de percée. Il travaillera dans un cube, un parallélépipède rectangle et un tétraèdre.
Transférer	
Justifier la construction d'un point de percée, d'une section plane	L'élève justifie sa construction ou une construction donnée.
Vérifier la coplanarité de points, de droites	L'élève doit justifier, par exemple, la coplanarité de quatre points en construisant au préalable une section plane déterminée par trois d'entre eux ou en énonçant une propriété.
Construire l'ombre d'un objet	L'élève doit appliquer les règles de la perspective cavalière.
Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace	L'élève doit pouvoir décrire un objet à partir d'une représentation plane, représenter une section plane en vraie grandeur…

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Visualiser dans l'espace

Les techniques développées dans cette UAA serviront dans d'autres disciplines par exemple pour la modélisation d'une molécule…

Décoder des représentations planes d'objets de l'espace

Décoder par exemple un plan d'architecte, un relevé topographique, une notice de construction d'un meuble en kit…

Justifier et raisonner

Organiser les étapes d'une construction, exercer des démarches logiques.

Utiliser des logiciels de géométrie dynamique

Ces outils permettent de conjecturer des propriétés, de visualiser les différentes étapes d'une construction.

Tracer avec précision

Pour garantir un maximum de lisibilité aux représentations planes, on apportera un soin particulier aux tracés des figures (vus et cachés, annotations claires).

Dégager des constructions mathématiques dans une œuvre d'art

Les œuvres picturales au cours des siècles proposent différents essais de représentations en perspective, on ne manquera pas d'en présenter aux élèves.

4.4 Pondération

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Géométrie dans l'espace	10%	45%	45%

4UAA3 - Trigonométrie

Compétences à développer

GÉNÉRALISER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES EN UTILISANT DES OUTILS TRIGONOMÉTRIQUES

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Les objectifs de cette UAA sont d'étendre les définitions des nombres trigonométriques en faisant appel au cercle trigonométrique, de généraliser les relations établies dans le triangle rectangle et de traiter de nouveaux problèmes de distances inaccessibles. La recherche de nombres trigonométriques ou d'arguments avec une calculatrice doit devenir un savoir-faire automatique.

1.2 Balises

Le but n'est pas la « résolution complète d'un triangle » (détermination systématique de tous les éléments inconnus) mais bien la détermination des éléments demandés ou des éléments pertinents pour résoudre un problème ou calculer des distances inaccessibles.

2. Contexte

Prérequis

3UAA2 - Triangle rectangle

4UAA3 - Trigonométrie

Prolongements

5G, 5SUAA5 - Fonctions trigonométriques

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 14 à 16 périodes de cours. Il n'est pas nécessaire de la diviser en plusieurs séquences pédagogiques. Une évaluation sommative sera envisagée en fin d'UAA.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'outil informatique doit être utilisé par l'enseignant à des fins de présentation.
La calculatrice doit devenir d'un usage classique et courant pour l'élève.

3.2 Points d'ancrage

La décomposition d'un triangle quelconque en triangles rectangles permet de résoudre certains problèmes mais se révèle parfois longue et complexe ; ce qui justifie l'introduction des formules du triangle quelconque.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre l'objectif de cette UAA, l'enseignant entrainera les élèves à

- élaborer un plan de résolution avant de commencer à effectuer les calculs,
- utiliser efficacement les fonctions d'une calculatrice scientifique,
- vérifier la plausibilité d'un résultat : notamment $-1 \leq \cos a \leq 1$ et $-1 \leq \sin a \leq 1$, au plus grand angle est opposé le plus grand côté, mesures de longueurs positives…

L'enseignant insistera sur le fait que la donnée d'un sinus ne suffit pas à déterminer l'amplitude d'un angle d'un triangle quelconque de manière univoque.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Définition du sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le cercle trigonométrique	Avant de définir les nombres trigonométriques dans le cercle, il est nécessaire d'introduire la notion d'angle orienté. On se limite à des mesures d'angles exprimées en degrés. Il faut montrer qu'il s'agit ici d'une extension de la trigonométrie du triangle rectangle. Les valeurs remarquables des nombres trigonométriques de **0°, 90°, 180°, 270°** fournissent les encadrements $-1 \le \cos a \le 1$ et $-1 \le \sin a \le 1$. Le signe des nombres trigonométriques est mis en évidence par le découpage du cercle en quadrants. Il est opportun de profiter des symétries dans le cercle pour comparer les nombres trigonométriques des angles associés mais le but n'est pas de les utiliser dans un calcul systématique de simplification.
Relations principales $\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$ $\tan(x)=\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$	Ces relations doivent être démontrées. La formule de la tangente doit être établie à partir de triangles semblables ; on peut également l'établir à partir de l'équation d'une droite. Les nombres trigonométriques d'angles associés peuvent servir à généraliser les relations principales dans les autres quadrants.
Formule de l'aire d'un triangle quelconque $Aire=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ ou $Aire=\frac{1}{2}bc\sin\alpha$ ou $Aire=\frac{1}{2}ca\sin\beta$	Cette formule doit être établie dans le cas d'un triangle acutangle et d'un triangle obtusangle.
Relation des sinus	La démonstration est établie à l'aide de la formule précédente ou en exploitant la propriété des angles inscrits dans un cercle et les relations trigonométriques du triangle rectangle.
Théorème d'Al-Kashi	Ce théorème doit être démontré dans le cas d'un triangle acutangle et d'un triangle obtusangle.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle ainsi que ses nombres trigonométriques.	
Etablir le lien entre triangles semblables et nombres trigonométriques	L'élève doit démontrer la formule fondamentale et la formule de la tangente.
Interpréter géométriquement les relations principales	
Appliquer	
Calculer l'amplitude d'un angle avec la calculatrice	L'élève sera capable de déterminer les angles qui ont un nombre trigonométrique donné.
Calculer la longueur d'un côté d'un triangle avec la calculatrice	
Calculer l'aire d'un triangle avec la calculatrice	
Transférer	
Utiliser les relations trigonométriques pour traiter une application géométrique, topographique, physique…	L'élève doit faire apparaitre clairement les différentes étapes et les formules utilisées lors de la résolution des applications.
Calculer une distance inaccessible dans le plan ou dans l'espace	

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Utiliser la calculatrice

Tous les calculs faisant appel aux relations trigonométriques d'angles non remarquables seront effectués avec une calculatrice. Les diverses opérations à l'aide de celle-ci doivent être maitrisées.

Vérifier la plausibilité d'un résultat

Il est indispensable que l'élève soit critique vis-à-vis des résultats qu'il obtient lors de la résolution de problèmes.

Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée

L'enseignant apprendra aux élèves à rechercher la meilleure formule, la meilleure stratégie pour résoudre un problème.

Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés

La résolution de problèmes de sciences (optique, décomposition des forces…) fera prendre conscience de l'emploi des outils de trigonométrie dans les autres disciplines.

Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans différentes cultures

C'est l'occasion d'attirer l'attention des élèves sur les origines de la trigonométrie. En effet, celle-ci s'est développée à partir des besoins en astronomie, pour les mesures agraires et la triangulation.

4.4 Pondération

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Trigonométrie	20%	40%	40%

4UAA4 - Fonctions de référence

Compétences à développer

S'APPROPRIER DIFFÉRENTS MODÈLES FONCTIONNELS

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

A partir des fonctions de référence et des transformations du plan reprises dans cette UAA, l'élève construira différents modèles fonctionnels, en déterminera les caractéristiques et les exploitera dans des situations contextualisées.

Ces modèles fonctionnels viendront s'ajouter au modèle linéaire introduit dans la 3UAA4. Ce sera l'occasion de réactiver les notions rencontrées dans la 3UAA3 mais aussi d'en introduire de nouvelles (asymptote, parité, point d'inflexion, relation de réciprocité). De plus, chaque fonction sera clairement associée à son expression analytique.

Un autre objectif consiste à amener l'élève à modéliser une situation contextualisée par une transformée d'une fonction de référence pour en extraire des informations.

1.2 Balises

Les graphiques à partir desquels les élèves devront conjecturer une expression analytique doivent être dépourvus de toute ambiguïté, on veillera donc à situer quelques points remarquables de ceux-ci.

Lorsqu'il s'agira de construire le graphique d'une transformée d'une fonction de référence, le nombre de transformations successives sera raisonnable.

L'affinité qui applique le graphique de $f(x)$ sur celui de $f(kx)$ sera incontournable dans l'étude des fonctions périodiques étudiées dans les 5GUAA5 et 5SUAA5. Il est donc nécessaire de parler de cette transformation du plan dans cette UAA même si, pour les transformées des fonctions rencontrées ici, elle peut être remplacée par une affinité qui applique le graphique de $f(x)$ sur celui de $k'f(x)$.

Lors de la résolution d'équations du type $f(x)=r$ ($r \in \mathbb{R}$) les expressions analytiques des transformées de $x \to x^2$ et $x \to x^3$ seront toujours proposées sous une forme non développée.

2. Contexte

Prérequis

3UAA3 - Approche graphique d'une fonction
3UAA4 - Premier degré

4UAA4 - Fonctions de référence

Prolongements

5G, 5SUAA5 - Fonctions trigonométriques
6G, 6SUAA4 - Fonctions exponentielles et logarithmes

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 16 à 20 périodes de cours. Il n'est pas nécessaire de la diviser en plusieurs séquences. Une évaluation sommative sera envisagée en fin d'UAA.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

Cette UAA se prête à l'utilisation de l'outil informatique. Il sera utilisé par l'enseignant à des fins d'introduction et de présentation ainsi que par les élèves pour vérifier la cohérence de leurs observations.

L'ordre des 4UAA4 et 4UAA5 n'est pas imposé mais toutefois, si l'enseignant souhaite étudier d'abord la fonction du deuxième degré, il devra y intégrer les transformées de la fonction carré.

3.2 Points d'ancrage

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on peut

- illustrer la modification de l'expression analytique d'une fonction lorsqu'on applique une transformation du plan à son graphique,
- mettre en évidence l'effet de la modification de l'expression analytique d'une fonction sur son graphique (emploi des curseurs dans un logiciel graphique).

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de cette UAA, l'enseignant entrainera les élèves à :

- identifier la transformation du plan correspondant au passage de $\boldsymbol{f(x)}$ à $\boldsymbol{f(x)+k}$, $\boldsymbol{f(x+k)}$, $\boldsymbol{kf(x)}$, $\boldsymbol{f(kx)}$,
- utiliser les caractéristiques d'une fonction de référence pour en déduire celles d'une de ses transformées,
- exploiter autant les données numériques que l'allure graphique pour identifier un modèle fonctionnel,
- utiliser les outils informatiques (calculatrice graphique, tableur…).

Il veillera à développer quelques situations contextualisées issues d'autres disciplines et à identifier la famille de fonctions qui les modélise.

Il pourra montrer qu'un graphique peut être caractérisé par des expressions analytiques différentes en fonction du repère choisi.

Il est conseillé d'aborder la relation de réciprocité des fonctions $x \to x^3$ et $x \to \sqrt[3]{x}$ avant celle des fonctions $x \to x^2$ et $x \to \sqrt{x}$ puisque, pour cette dernière, vient s'ajouter la contrainte de la restriction du domaine de la fonction carré aux réels positifs.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entraîner chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Représentations graphiques des fonctions de référence - $x \to x$ - $x \to \frac{1}{x}$ - $x \to x^2$ - $x \to x^3$ - $x \to \lvert x \rvert$ - $x \to \sqrt{x}$ - $x \to \sqrt[3]{x}$	On commencera par représenter point par point les graphiques de ces fonctions. Pour les valeurs de la variable, on choisira un échantillon suffisamment représentatif du domaine de définition de la fonction. On montrera les limites de cette pratique qui ne met pas toujours en évidence toutes les caractéristiques du graphique d'une fonction, ce qui justifie l'étude de nouveaux concepts au troisième degré.
Croissance, décroissance, extrema sur un intervalle Parité	On utilisera les outils logiques pour décrire la (dé)croissance et les extrema d'une fonction dans un intervalle donné. On définira la parité d'une fonction et on l'interprétera graphiquement.
Caractéristiques graphiques des fonctions de référence - asymptote - point d'inflexion - relation de réciprocité	Les éléments caractéristiques des fonctions (domaine, image, zéro(s), (dé)croissance, extrema, signe) abordés dans la 3UAA3 seront précisés pour les fonctions de référence. Les notions d'asymptote et de point d'inflexion ne seront pas définies de façon formelle mais mises en évidence sur les graphiques des fonctions de référence. On découvrira la conséquence graphique de la relation de réciprocité des fonctions $x \to x^3$ et $x \to \sqrt[3]{x}$ ainsi que $x \to x^2$ et $x \to \sqrt{x}$.

Transformées de fonctions par - symétrie orthogonale - translation - affinité	Le passage de $f(x)$ à $f(x)+k$,$f(x+k)$, $kf(x)$ et $f(kx)$ sera associé à une transformation du plan. On envisagera des valeurs simples de k . Les transformées de chaque fonction de référence constituent une famille (un type) de fonctions présentant des caractéristiques communes qu'on mettra en évidence. On déterminera le domaine et le(s) zéro(s) d'une transformée de fonction à partir de son expression analytique. On proposera des situations contextualisées représentatives de certaines de ces familles.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Tracer le graphique d'une fonction de référence	
Associer un type de fonction de référence à une situation donnée	Par exemple, l'élève devra associer une accélération, la chute d'un corps, la variation d'une aire à une fonction du deuxième degré.
Identifier la relation de réciprocité qui unit les fonctions $x \to x^2$ et $x \to \sqrt{x}$, $x \to x^3$ et $x \to \sqrt[3]{x}$	L'élève doit exprimer cette relation de réciprocité à partir de tableaux de valeurs, d'un graphique ou de l'écriture d'une équivalence entre les expressions analytiques en n'oubliant pas de préciser le domaine et l'image de chacune des fonctions.
Interpréter graphiquement les notions de croissance, décroissance, extremum, parité	L'élève doit esquisser un graphique à partir de l'expression (mathématique, littérale…) de ces notions.
Appliquer	
Apparier des graphiques de transformées de fonctions de référence et des expressions analytiques et justifier	L'élève justifiera ses choix à partir des caractéristiques obtenues par lecture graphique, à partir de l'expression analytique ou en précisant les transformations utilisées.
Trouver l'expression analytique d'une transformée d'une fonction de référence à partir de son graphique	Après avoir identifié la fonction de référence et cité les différentes transformations du plan qui permettent d'obtenir le graphique proposé, l'élève déterminera l'expression analytique de la fonction.
Tracer le graphique d'une transformée d'une fonction de référence	L'élève doit tracer le graphique d'une transformée de fonction donnée par son expression analytique.

Résoudre algébriquement et graphiquement des équations du type $f(x)=r$ ($r \in \mathbb{R}$) où f est une transformée d'une fonction de référence.	Dans les expressions analytiques proposées, les carrés et les cubes ne seront pas développés (voir balises). L'élève vérifiera la concordance entre les solutions obtenues algébriquement et graphiquement.
Transférer	
Modéliser une situation par une transformée d'une fonction de référence pour en tirer des informations	Les données du problème seront fournies par un tableau de valeurs et/ou par un graphique. Les élèves recherchent les paramètres du modèle fonctionnel. Si nécessaire, la famille de fonctions sera précisée.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Utiliser la calculatrice graphique et/ou un outil informatique

L'utilisation d'une calculatrice graphique, d'un outil informatique permet de comparer des graphiques afin de les situer dans une famille (type).

Un logiciel dynamique aide à mettre en évidence les différentes transformations du plan appliquées à une fonction.

Reconnaitre les fonctions de référence dans d'autres contextes

C'est en diversifiant les situations issues d'autres disciplines que l'élève s'appropriera les différents modèles fonctionnels.

4.4 Pondération

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Fonctions de référence	30%	50%	20%

4UAA5 - Deuxième degré

Compétences à développer

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES, Y COMPRIS D'OPTIMISATION, SE MODÉLISANT PAR UNE ÉQUATION, UNE INÉQUATION OU UNE FONCTION DU 2e DEGRÉ

ASSOCIER GRAPHIQUES ET EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE FONCTIONS DU 2e DEGRÉ

1. Objectifs et balises

1.1 Objectifs

Les transformations graphiques rencontrées dans la 4UAA4 ont permis de rencontrer des fonctions du type $x \to a(x-\alpha)^2 + \beta$ et de découvrir leurs caractéristiques.

Un des buts de cette UAA est de compléter cette approche en se dotant des outils algébriques qui nous permettront d'étudier la fonction du second degré sous toutes ses formes. Il s'agit d'installer l'idée que toute parabole est la représentation graphique d'une fonction de la famille des fonctions du second degré. Les caractéristiques graphiques de la parabole seront mises en correspondance avec les caractéristiques analytiques de la fonction.

L'étude du tableau de signe de la fonction du second degré permettra d'aborder la résolution d'inéquations (réductibles au second degré) nécessaire pour étudier des problèmes d'optimisation.

Il s'agit également de reconnaitre et d'utiliser de manière judicieuse les trois formes de la fonction du second degré.

Un autre objectif est de mettre en place une méthode de résolution des équations du second degré complètes, méthode qui viendra s'ajouter aux outils déjà installés dans la 3UAA5.

L'étude de la parabole comme lieu géométrique sera envisagée dans la 4UAA6.

1.2 Balises

Les inéquations réductibles au deuxième degré doivent notamment préparer les élèves à réaliser des études de signes de fonctions dérivées au troisième degré. Le niveau de difficulté proposé doit rester raisonnable et soumis aux exigences d'un cours de quatrième.

Lorsqu'il s'agit de déterminer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à partir de conditions données, il faut éviter la résolution d'un système complet de trois équations à trois inconnues.

2. Contexte

Prérequis

3UAA3 - Approche graphique d'une fonction
3UAA5 - Outils algébriques
4UAA4 - Fonctions de référence

4UAA5 - Deuxième degré

Prolongements

5S, 5GUAA4 – Dérivée
5S, 5GUAA3 - Asymptotes et limites

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 22 à 26 périodes de cours. Il est conseillé de la diviser en plusieurs séquences en fonction de l'approche pédagogique adoptée. Une évaluation sommative sera envisagée en fin de chaque séquence.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'emploi d'un logiciel de géométrie dynamique permettra à l'enseignant de présenter et d'illustrer aisément les nouvelles notions de cette UAA. Les élèves se serviront de cet outil ou d'une calculatrice graphique pour vérifier la cohérence de leurs observations.

3.2 Points d'ancrage

Les transformées de la fonction carré ont fait émerger une famille de fonctions qui s'expriment analytiquement au moyen d'une expression du deuxième degré qui n'a jusqu'à présent pas été développée. L'expression sous la forme $a(x-\alpha)^2+\beta$ de toute fonction polynôme du deuxième degré permet d'étudier les caractéristiques de cette fonction et de son graphique.

Les outils de la 3UAA5 ne permettent pas de factoriser un trinôme tel que $6x^2-x-2$. Est-ce pour autant qu'il n'est pas factorisable ?

Les variations des coefficients de la fonction du second degré, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, mettront en évidence le rôle de chacun des coefficients dans le tracé de son graphique.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre les objectifs de cette UAA, l'enseignant entrainera les élèves à

- repérer et exploiter la forme de l'expression analytique de la fonction du deuxième degré la plus judicieuse en vue de répondre au problème posé,
- choisir un repère permettant de simplifier la modélisation d'un problème,
- utiliser la méthode la plus efficace pour résoudre une équation du second degré (sans passer nécessairement par le calcul du discriminant),
- exploiter le graphique de la fonction pour aider à la factorisation d'un trinôme du second degré,
- exploiter la donnée d'un zéro d'un trinôme du second degré pour compléter sa factorisation,
- exploiter les zéros d'une fonction du deuxième degré pour déterminer la position de l'axe de symétrie de son graphique.

L'enseignant fera remarquer que la valeur négative d'un discriminant n'empêche pas la construction de la parabole mais donne une information quant à la position relative de celle-ci par rapport à l'axe des abscisses.

Il veillera, chaque fois que l'occasion se présente, à exploiter les ressources, les processus des UAA étudiées précédemment pour réactiver des acquis mais aussi pour apporter un point de vue complémentaire.

Le recours à un logiciel traceur de courbes pour représenter les graphiques des fonctions permet de visualiser et de vérifier l'ensemble des solutions d'une (in)équation obtenu algébriquement.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entraîner chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Fonction du 2e degré	Les transformations graphiques et analytiques de la 4UAA4 ont fait découvrir la classe des fonctions du deuxième degré. Ce travail peut servir de tremplin à l'étude de la fonction. On peut montrer que $x \to ax^2 + bx + c$ et $x \to a(x-\alpha)^2 + \beta$ sont des expressions d'une même fonction lorsque $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = \frac{4ac - b^2}{4a}$ et reconnaitre les transformations du plan qui ont engendré son graphique.
Caractéristiques de la fonction du 2e degré - Zéro - Signe - Croissance, décroissance - Extremum	Les caractéristiques de la fonction du second degré et celles de la parabole sont directement liées. On mettra en correspondance - le signe du coefficient de x^2 avec la concavité de la parabole, avec les variations de la fonction et la nature de son extremum, - le signe et les zéros de la fonction avec les positions relatives de la parabole et de l'axe horizontal, - la moyenne arithmétique des zéros éventuels de la fonction avec l'abscisse de l'extremum et la position de l'axe de symétrie de la parabole. La propriété de symétrie d'une parabole doit être exploitée pour faciliter son tracé.
Caractéristiques de la parabole d'axe vertical - Sommet - Axe de symétrie - Concavité	

Équations et inéquations du 2e degré	La méthode de détermination des solutions de l'équation du second degré $ax^2+bx+c=0$ doit être établie. Si la forme $a(x-\alpha)^2+\beta$ du trinôme du second degré a été rencontrée précédemment, il est judicieux de l'exploiter. Pour résoudre des équations incomplètes, on évitera d'utiliser la méthode générale en réactivant les ressources de la 3UAA5. La résolution de l'inéquation du deuxième degré est liée à l'étude de signe de la fonction vue précédemment. La résolution d'équations et d'inéquations réductibles au deuxième degré sera l'occasion de mettre en place l'étude du signe d'une expression algébrique au moyen d'un tableau, technique employée au troisième degré. Il faut profiter de cette opportunité pour réactiver les outils algébriques.
Somme (S) et produit (P) des solutions de l'équation du deuxième degré	On établira les formules de la somme et du produit des solutions de l'équation du deuxième degré. Somme et produit peuvent être utilisés pour vérifier les solutions de l'équation du deuxième degré ; ils permettent aussi d'écrire l'équation sous la forme $x^2-Sx+P=0$.
Forme factorisée du trinôme du 2e degré	On établira la forme factorisée $a(x-x_1)(x-x_2)$ du trinôme ax^2+bx+c. Il est recommandé d'exploiter les trois expressions $x\to ax^2+bx+c$, $x\to a(x-\alpha)^2+\beta$ et $x\to a(x-x_1)(x-x_2)$ de la fonction du second degré et d'y repérer les caractéristiques de la parabole.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Lier les diverses écritures de la fonction du 2e degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique $x \to a(x-\alpha)^2+\beta$ $x \to ax^2+bx+c$ $x \to a(x-x_1)(x-x_2)$	Par exemple, sur le tracé d'une parabole dans un repère, l'élève doit identifier α , β , c , le signe de a , x_1 , x_2 et donner les diverses écritures possibles de la fonction. A partir d'une des écritures de la fonction et/ou d'informations telles que le nombre de zéros, le signe des paramètres, la concavité… l'élève doit esquisser le graphique de la fonction. A partir d'informations telles que le nombre de zéros, les coordonnées du sommet… l'élève doit écrire la forme analytique correspondante.
Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2e degré	L'élève doit représenter la solution d'une inéquation sur l'axe des abscisses.
Appliquer	
Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du 2e degré	A partir d'un graphique ou d'une expression algébrique, l'élève doit résoudre une équation ou une inéquation du 2e degré. L'élève doit pouvoir vérifier algébriquement une solution déterminée graphiquement et inversement, dans le cas où le graphique est donné.
Associer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à son graphique et réciproquement	L'élève doit justifier ses choix.
Déterminer les caractéristiques d'une fonction du 2e degré	
Construire l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à partir de son graphique et réciproquement	Le graphique proposé à l'élève sera lisible (unité, repère, points donnés…).
Déterminer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré répondant à des conditions données	Les conditions données n'amèneront pas l'élève à résoudre un système de trois équations à trois inconnues.
Transférer	
Modéliser et résoudre un problème d'optimisation	
Modéliser et résoudre des problèmes issus de situations diverses	On proposera à l'élève des situations issues de domaines physique, économique ou géométrique.

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Modéliser et résoudre des problèmes

Modéliser consiste à trouver la fonction qui traduit le problème afin de pouvoir le résoudre.

Critiquer un résultat

Critiquer un résultat implique de vérifier la cohérence entre les résultats algébriques et les observations graphiques.

Communiquer et présenter des résultats

Détailler clairement les démarches et développements nécessaires à la résolution d'une (in)équation, d'un problème ou à la recherche des caractéristiques d'une fonction.

Reconnaitre le modèle quadratique

Dans des situations issues des cours de sciences, calculer les différences secondes des images de la fonction (pour des accroissements identiques de la variable) afin d'identifier le modèle quadratique.

Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction

Dans le cas présent, cela signifie mettre en relation l'expression analytique, le graphique et un tableau de valeurs.

4.4 Pondération

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée.

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Deuxième degré	20%	50%	30%

4UAA6 - Géométrie analytique plane

Compétences à développer

TRADUIRE ANALYTIQUEMENT DES PROPRIETES GEOMETRIQUES

1. Objectifs et balises de l'UAA

1.1 Objectifs

Dans le cours de mathématique du premier degré, le vecteur est utilisé pour caractériser une translation.

Ici, il est considéré comme objet mathématique non nécessairement lié à une transformation du plan. L'ensemble des vecteurs est muni d'opérations qui permettent de définir l'(in)dépendance linéaire de vecteurs. La décomposition d'un vecteur dans un repère établit une bijection avec les couples de $\mathbb{R}^2$ et ouvre la porte à la géométrie analytique dans le plan.

La géométrie analytique se révèle être un outil efficace pour résoudre algébriquement des problèmes de nature géométrique. Toutefois, cette résolution doit s'appuyer sur les aspects géométriques des situations étudiées. La recherche d'équations de droites devient une ressource régulièrement exploitée au troisième degré.

La propriété géométrique qui définit chacun des lieux simples sera traduite analytiquement pour obtenir leur équation. Cette démarche sera approfondie dans la 6SUUA6 (lieux géométriques).

1.2 Balises

Le but de cette UAA n'est pas d'utiliser le calcul vectoriel à des fins de démonstration.

Le produit scalaire n'est pas défini dans cette UAA.

Lorsque les calculs deviennent trop fastidieux, on autorisera l'utilisation de la calculatrice ou d'un logiciel.

2. Contexte

Prérequis

Cette UAA repose sur les acquis antérieurs en géométrie plane ainsi que sur le repérage dans le plan cartésien.

4UAA6 – Géométrie analytique plane

Prolongements

5SUAA6 - Géométrie vectorielle du plan et de l'espace.
5SUAA7 - Géométrie synthétique et géométrie analytique de l'espace.
6GUAA5 - Géométrie analytique de l'espace.

3. Situation d'apprentissage

3.1 Cadre formel

Cette UAA est prévue pour 22 à 26 périodes de cours. Il est souhaitable de la diviser en deux séquences au moins. La première porterait sur l'introduction vectorielle ainsi que les différentes formes d'équations de droites et les exercices associés. La seconde traiterait du parallélisme, de la perpendicularité et des lieux géométriques cités dans les ressources. Chacune de ces séquences sera suivie d'une évaluation sommative.

Plusieurs évaluations formatives doivent prendre place tout au long de l'apprentissage. Elles doivent interroger sur les ressources et les différents processus ainsi que sur l'aptitude de l'élève à tenir un discours justifiant sa réflexion et sa démarche.

L'emploi d'un logiciel de géométrie dynamique permettra à l'enseignant de présenter et d'illustrer aisément les nouvelles notions de cette UAA. Les élèves se serviront de cet outil ou d'une calculatrice graphique pour vérifier la cohérence de leurs observations.

Ils pourront utiliser également un logiciel de géométrie dynamique pour construire les lieux de base.

3.2 Points d'ancrage

Au premier degré, le vecteur est employé en mathématiques pour caractériser une translation et, en initiation scientifique, pour modéliser une force. Ces approches peuvent servir d'introduction aux opérations sur les vecteurs.

La recherche de quelques couples (x,y) satisfaisant à une relation de la forme $ax+by+c=0$ et leur représentation dans un repère met en évidence l'alignement des points représentés et introduit donc la forme cartésienne de l'équation d'une droite.

3.3 Stratégies pédagogiques

Pour atteindre l'objectif de cette UAA, l'enseignant entrainera les élèves à

- identifier dans un problème les éléments nécessaires pour établir une équation de droite (point et vecteur directeur (ou paramètres directeur), deux points, les informations sur le parallélisme ou la perpendicularité de droites),
- utiliser la forme de l'équation d'une droite la mieux adaptée au contexte,
- déterminer les composantes d'un vecteur directeur d'une droite à partir de deux points distincts de celle-ci,
- identifier dans un problème les éléments nécessaires pour établir une équation d'un lieu de base,
- construire les lieux de base avec les instruments (compas, équerre, latte) ainsi qu'avec un logiciel de géométrie dynamique,

- résoudre un système de deux équations à deux inconnues dont une est du second degré.

Il fera remarquer que

- une équation de droite exprime une condition nécessaire et suffisante pour qu'un point de coordonnée (x, y) appartienne à une droite,
- le choix judicieux du repère limite les développements algébriques et facilite les calculs (dans la recherche de lieux géométriques),
- l'emploi du vecteur directeur d'une droite dont les composantes ont été divisées par leur pgcd simplifie l'équation obtenue et les calculs sous-jacents,
- pour tout ce qui ne concerne pas les distances, le repère ne doit pas être nécessairement orthonormé.

Il devra mettre en relation l'étude du graphique de la fonction du deuxième degré avec la parabole définie en tant que lieu géométrique. Il étendra la méthode de substitution de résolution d'un système dans le cas où une des équations est du second degré.

4. Orientations méthodologiques

4.1 Ressources

La colonne « ressources » liste les nouveaux savoirs et parfois les savoir-faire à installer et à entrainer chez les élèves. Les ressources des années antérieures et des UAA précédentes ne sont pas rappelées ici.

Ressources	Commentaires, précisions et conseils méthodologiques
Vecteurs Addition de deux vecteurs Multiplication d'un vecteur par un réel Vecteurs colinéaires	On énoncera les propriétés de l'addition de deux vecteurs (et plus généralement la relation de Chasles), de la multiplication d'un vecteur par un réel. Elles pourront être visualisées par construction géométrique. La multiplication d'un vecteur par un réel permet d'exprimer la dépendance linéaire. La définition de l'indépendance linéaire de vecteurs (qui en résultera) est nécessaire pour définir une base ou un repère du plan. On exprimera vectoriellement l'alignement de points, le parallélisme de segments. *Remarque* : On privilégiera l'expression « vecteurs linéairement dépendants », moins ambiguë que « vecteurs colinéaires ».
Repère orthonormé Composantes d'un vecteur	Dans le plan muni d'un repère, tout vecteur est associé à ses composantes. Les opérations sur les vecteurs seront donc exprimées sur leurs composantes. On rappellera la notion de coordonnée d'un point pour établir le lien entre les composantes d'un vecteur et les coordonnées des extrémités d'un de ses représentants.
Vecteur directeur d'une droite	
Équations vectorielle, paramétriques et cartésienne d'une droite	Le passage d'une forme d'équation à l'autre sera clairement développé et les différentes formes d'équations seront exploitées.
Droite d'équation $ax+by+c=0$ Coefficient angulaire d'une droite	L'équation cartésienne de la droite $ax+by+c=0$ sera mise sous la forme réduite $y=mx+p$ afin de mettre en évidence son coefficient angulaire. On montrera le lien entre le coefficient angulaire d'une droite et les composantes d'un de ses vecteurs directeurs. L'équation d'une droite passant par les points $(a,0)$ et $(0,b)$ sera exprimée sous la forme $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

Condition de parallélisme et de perpendicularité de deux droites	La condition de parallélisme de deux droites sera traduite par une relation entre leurs vecteurs directeurs ou leurs composantes, par une relation entre les coefficients angulaires de ces droites ou entre les coefficients de leurs équations cartésiennes. Quelle que soit la manière choisie pour établir la condition de perpendicularité de deux droites, celle-ci sera exprimée par une relation entre les pentes de ces droites, entre les coefficients de leurs équations cartésiennes et entre les composantes de leurs vecteurs directeurs.
Distance entre un point et une droite	La formule de la distance de deux points sera rappelée. Celle de la distance d'un point à une droite peut être établie.
Milieu d'un segment	On exprimera vectoriellement et analytiquement la relation traduisant qu'un point est milieu d'un segment. De même, on exprimera vectoriellement qu'un point est centre de gravité d'un triangle.
Définition de la parabole en tant que lieu géométrique	
Equation cartésienne d'une parabole d'axe vertical Equation cartésienne d'un cercle	Les définitions géométriques de la parabole d'axe vertical et d'un cercle seront exprimées analytiquement ; les développements de ces expressions fourniront l'équation cartésienne de ces lieux (méthode de traduction revue en 6SUAA6). On pourra faire de même pour la médiatrice d'un segment et les bissectrices de deux droites.

4.2 Processus

Les processus définis par le référentiel sont ici précisés lorsque cela s'avère nécessaire. Ils permettent de mettre en œuvre les ressources listées plus haut et seront la base des évaluations.

Processus	Commentaires
Connaitre	
Associer un lieu à son expression analytique	L'élève doit reconnaitre l'équation d'une droite (et notamment d'une droite parallèle ou perpendiculaire à une autre, d'une médiatrice…), d'un cercle, d'une parabole.
Représenter un vecteur dans le plan	Le vecteur que l'élève doit représenter peut être donné par ses composantes.
Appliquer	
Construire la somme de deux vecteurs, le multiple d'un vecteur par un réel	L'élève doit pouvoir représenter une combinaison linéaire de plusieurs vecteurs.

Décomposer un vecteur selon deux directions données	L'élève doit décomposer un vecteur quelconque du plan comme combinaison linéaire de deux vecteurs linéairement indépendants.
Rechercher une équation vectorielle, des équations paramétriques et l'équation cartésienne d'une droite	L'élève doit déterminer l'une des formes d'une équation de droite mais peut aussi déduire l'équation cartésienne d'une droite à partir de son équation vectorielle ou de ses équations paramétriques.
Rechercher l'équation cartésienne d'une droite comprenant deux points, comprenant un point et de direction donnée	La direction de la droite peut être donnée par un vecteur directeur, un coefficient angulaire, une condition de parallélisme ou de perpendicularité.
Calculer la distance d'un point à une droite	L'élève peut calculer cette distance en appliquant la formule ou en passant par la détermination de la coordonnée de la projection orthogonale du point sur la droite.
Rechercher l'équation cartésienne d'un cercle, d'une parabole d'axe vertical	L'élève doit rechercher l'équation d'un cercle de centre et de rayon donnés, l'équation d'une parabole d'axe vertical à partir de sa directrice et de son foyer.
Rechercher le centre et le rayon d'un cercle d'équation donnée	
Construire une parabole de foyer et de directrice donnée	L'élève devra utiliser les instruments pour réaliser cette construction.
Rechercher une intersection entre droites, entre droite et cercle, entre droite et parabole	L'élève devra utiliser la méthode de substitution pour résoudre le système et interpréter géométriquement la solution.
Transférer	
Vérifier une propriété géométrique élémentaire par une méthode analytique	On proposera à l'élève d'exprimer et de vérifier des égalités de distances, un alignement, un parallélisme, une perpendicularité, l'intersection de droites.
Résoudre un problème de géométrie analytique plane	L'élève devra par exemple rechercher l'équation du cercle de centre donné et tangent à une droite donnée, déterminer l'équation du cercle comprenant trois points donnés, de la parabole répondant à certaines conditions.
Rechercher les coordonnées de points d'intersection de droites remarquables d'un triangle en limitant la technicité ou en utilisant l'outil informatique	

4.3 Stratégies transversales

Les stratégies transversales suivantes seront pratiquées tout au long de l'UAA.

Construire une démarche de pensée

L'élève doit analyser les données pour élaborer un plan de résolution.

Utiliser des logiciels de géométrie dynamique

Ces outils permettent de conjecturer des propriétés, de visualiser les différentes étapes d'une construction.

4.4 Pondération

Pour la pondération de l'évaluation sommative, la répartition suivante est proposée :

Processus / Contenus	Connaitre	Appliquer	Transférer
Géométrie analytique – séquence 1	10%	60%	30%
Géométrie analytique – séquence 2	10%	60%	30%

GLOSSAIRE

Condition nécessaire : *P* est une condition nécessaire pour avoir *Q* si dès que *Q* est vraie alors nécessairement *P* est vraie.

Condition suffisante : *P* est une condition suffisante pour avoir *Q* s'il suffit que *P* soit vraie pour que *Q* le soit.

Conjecture : hypothèse qui n'a reçu encore aucune confirmation.

Connecteurs logiques

- Conjonction $\wedge$: la conjonction de deux propositions *P* et *Q* est vraie si les deux propositions sont simultanément vraies, sinon elle est fausse.
- Disjonction $\vee$: la disjonction de deux propositions *P* et *Q* est vraie quand l'une des propositions est vraie, et est fausse quand les deux sont simultanément fausses.
- Négation $\neg$: la proposition $\neg P$ est vraie quand *P* est fausse et elle est fausse quand *P* est vraie.
- Implication $\Rightarrow$: l'implication $P \Rightarrow Q$ n'est fausse que si *P* est vraie et *Q* fausse ; elle est vraie dans les trois autres cas.
- Equivalence $\Leftrightarrow$: l'équivalence de deux propositions *P* et *Q* est vraie lorsque *P* et *Q* sont soit toutes les deux vraies, soient toutes les deux fausses.

Contraposée : la contraposée de $P \Rightarrow Q$ est $\neg Q \Rightarrow \neg P$ (à ne pas confondre avec la réciproque ! la réciproque de l'implication $P \Rightarrow Q$ est $Q \Rightarrow P$).

Evaluation formative : évaluation effectuée en cours d'activité et visant à apprécier le progrès accompli par l'élève et à comprendre la nature des difficultés qu'il rencontre lors d'un apprentissage; elle a pour but d'améliorer, de corriger ou de réajuster le cheminement de l'élève; elle se fonde en partie sur l'auto-évaluation[1].

Evaluation sommative : épreuve située à la fin d'une séquence d'apprentissage et visant à établir le bilan des acquis des élèves[1].

Prototypique : conforme à un modèle.

Quantificateurs :

- Quantificateur universel « pour tout » se note $\forall$.
- Quantificateur existentiel « il existe un (c'est-à-dire au moins un)» se note $\exists$.

Sémiotique : des représentations sémiotiques sont des productions constituées de signes propres à un domaine donné. En mathématique, on manipule plusieurs types de registres : écritures algébriques, graphiques cartésiens, langage naturel, figures géométriques.

Système sexagésimal : système de numération de base 60.

---

[1] Décret définissant les missions prioritaires de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire et organisant les structures propres à les atteindre.